

# ● الفصل الثاني

## تعريف و علاقات

# Definition and Relationships

## ● مكونات التربة طبقا للنظام الثلاثي Three Phase System

● مكونات التربة طبقا لهذا النظام يفترض أنها تتكون من المكونات الثلاثة الآتية :

(أ) الحبيبات الصلبة (عضوية – غير عضوية – مختلطة)

(ب) السوائل (الماء- البترول )

(ج) الهواء أو الغاز

- وفي حالة التربة المشبعة تماما بالماء فإن كل الفراغات في التربة تملأ بالماء . ومكونات التربة تختلط ببعضها وتكون تركيب معين للتربة ومن الصعب التعامل مع التربة والتعبير عنها رياضيا في حالتها الطبيعية ولذلك فلقد اصطلح على أن تمثل التربة بيانا على أن تكون المكونات متجمعة في مجالات منفصلة كما هو مبين في الشكل (٩) "نظام الثلاث مجالات" .

• وهناك نظام آخر هو نظام المجال الثنائي Two Phase System حيث تعتبر مكونات التربة متجمعة في مجالين فقط، مجال الحبيبات ومجال الفراغات (وهي التي تضم السوائل والهواء معاً) والحجم الكلي للتربة  $V$  يتكون من :

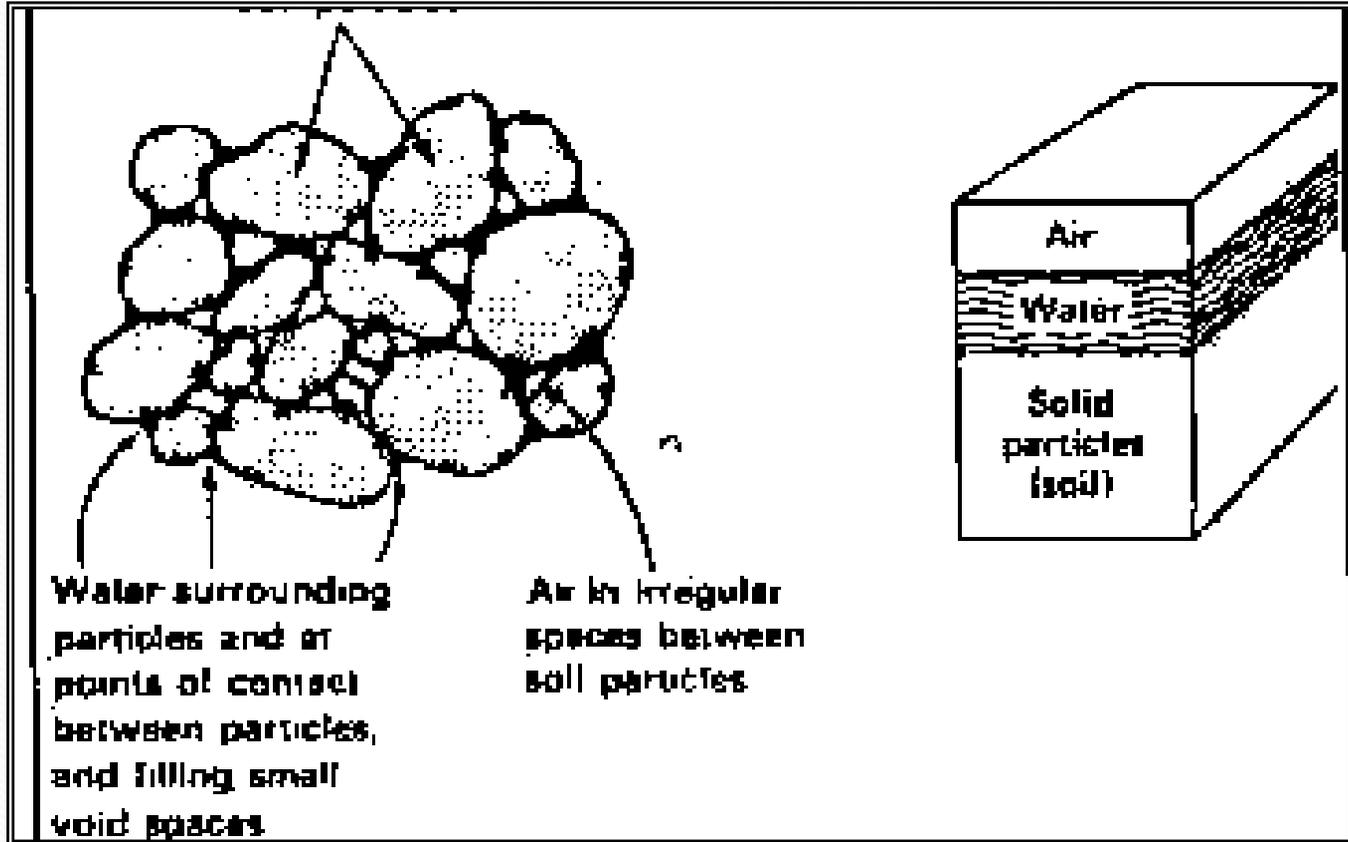
- حجم الحبيبات الصلبة  $V_s$

- حجم المياه  $V_w$

- حجم الهواء  $V_a$

- وحجم المياه + حجم الهواء يسمى حجم الفراغات حيث:

$$V_w + V_a = V_v$$



شكل (٩) مكونات التربة

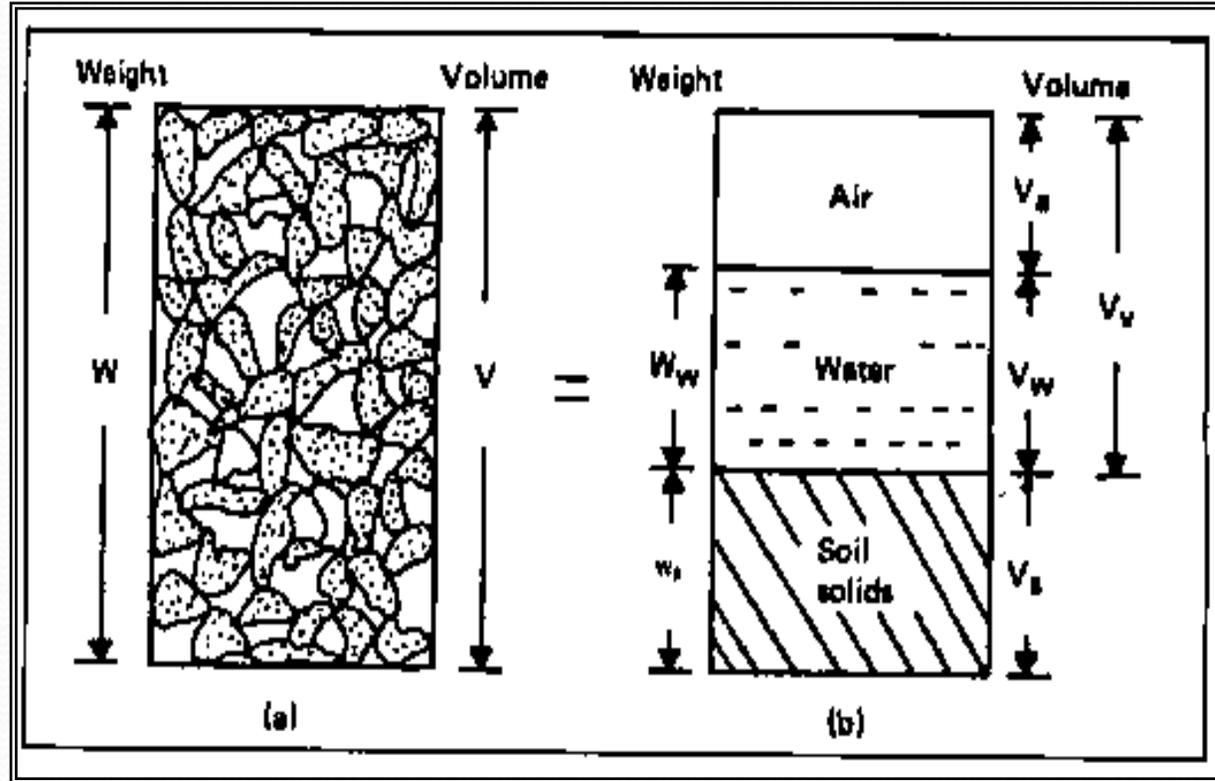
• أما الوزن الكلي للتربة  $W$  فيتكون من :

- وزن الماء  $W_w$  Weight of water

- وزن الحبيبات  $W_s$  Weight of solids

حيث يهمل وزن الهواء لصغر قيمة وزنه

شكل (١٠).



شكل (١٠) علاقات الوزن بالحجم

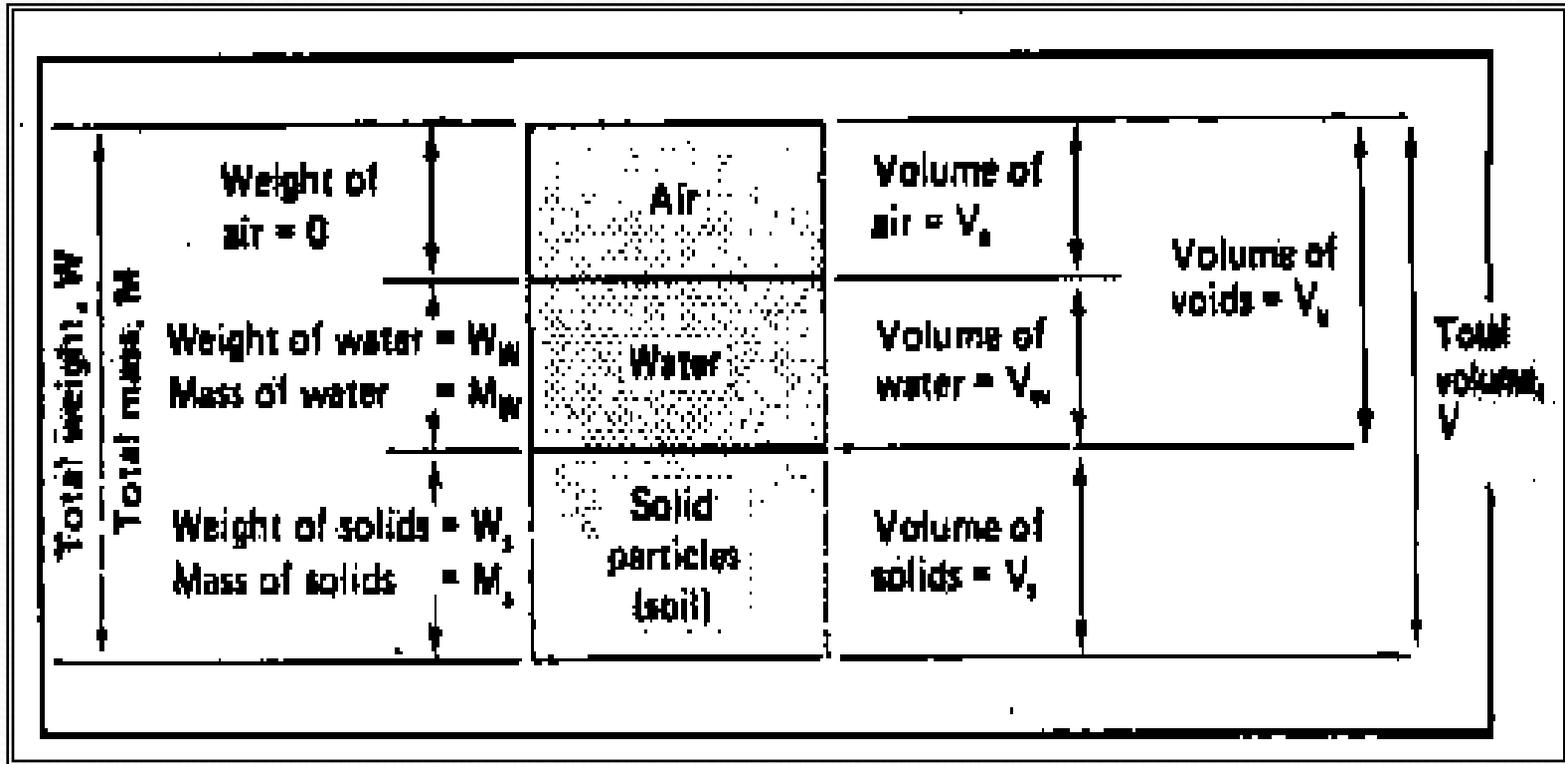
● تعاريف أساسية Basic definitions

● علاقة الوزن بالحجم والكتلة بالحجم :

**Weight – volume Rel**

**Mass – Volume Rel**

العلاقات بين الوزن والحجم والكتلة والحجم مبينة على الرسم  
في الشكل ( ١١ ) .



شكل ( ١١ ) الكتلة بالحجم

• وتذكر تفصيلا كما يأتي :

- الوزن الكلي هو مجموع أوزان الحبيبات الصلبة والمياه .

$$W = W_s + W_w$$

- الحجم الكلي **Total Volume** هو مجموع حجوم الحبيبات الصلبة **Splids** والفراغات **Voids** والفراغات تضم حجم المياه وحجم الهواء :

$$V = V_s + V_w + V_a$$

● \* وحدة الأوزان  $\gamma$  unit weight

هي نسبة الوزن الكلي إلى الحجم الكلي ويعبر عنها بالعلاقة :

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

● ووحدات وحدة الأوزان قد تكون :

$\text{pcf}$  ,  $\text{kN/m}^3$  ,  $\text{gm/cm}^3$  ,  $\text{t/m}^3$

- و وحدات الأوزان قد تكون على إحدى الحالات التالية :  
- وحدة الأوزان المبللة

**Wet unit weight  $\gamma_{wet}$**

- وحدة الأوزان المشبعة

**Saturated unit weight  $\gamma_{sat}$**

$$\gamma_{sat} = \frac{W_s + W_w}{V}$$

- وتحدث هذه الحالة حينما تكون كل فراغات التربة مشبعة (مملوءة) بالماء. أي لا يوجد بها هواء .  
يشترط في المياه أن تنتقل للتربة بالخاصية الشعرية .

## ● - وحدة الأوزان المغمورة

### $(\gamma_{sub})$ Submerged unit weight

- حينما تكون التربة مغمورة بالماء فإن المياه تملأ كل فراغات التربة نتيجة غمر التربة بالمياه . وفي هذه الحالة يساوي وزن التربة فوق الماء مطروحا منه وزن الماء المزاح (قاعدة أرشميدس).

• ويدخل في حساب  $\gamma_{\text{sub}}$  الوزن النوعي  $G_s$  ونسبة الفراغات  
:  $e = V_v / V_s$

$$\gamma_{\text{sub}} = \frac{W_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{V_s \gamma_w (G_s - 1)}{V - V_v} = \frac{V_s \gamma_w (G_s - 1)}{V_s (1 - e)}$$

$$\gamma_{\text{sub}} = \frac{(G_s - 1)}{1 + e} \gamma_w$$

● ويمكن تعيين  $\gamma_{sub}$  لأغلب الترب بالعلاقة التقريبية الآتية :

$$\gamma_{sub} \text{ Soil} \cong \frac{1}{2} \gamma_{wet} \text{ soil}$$

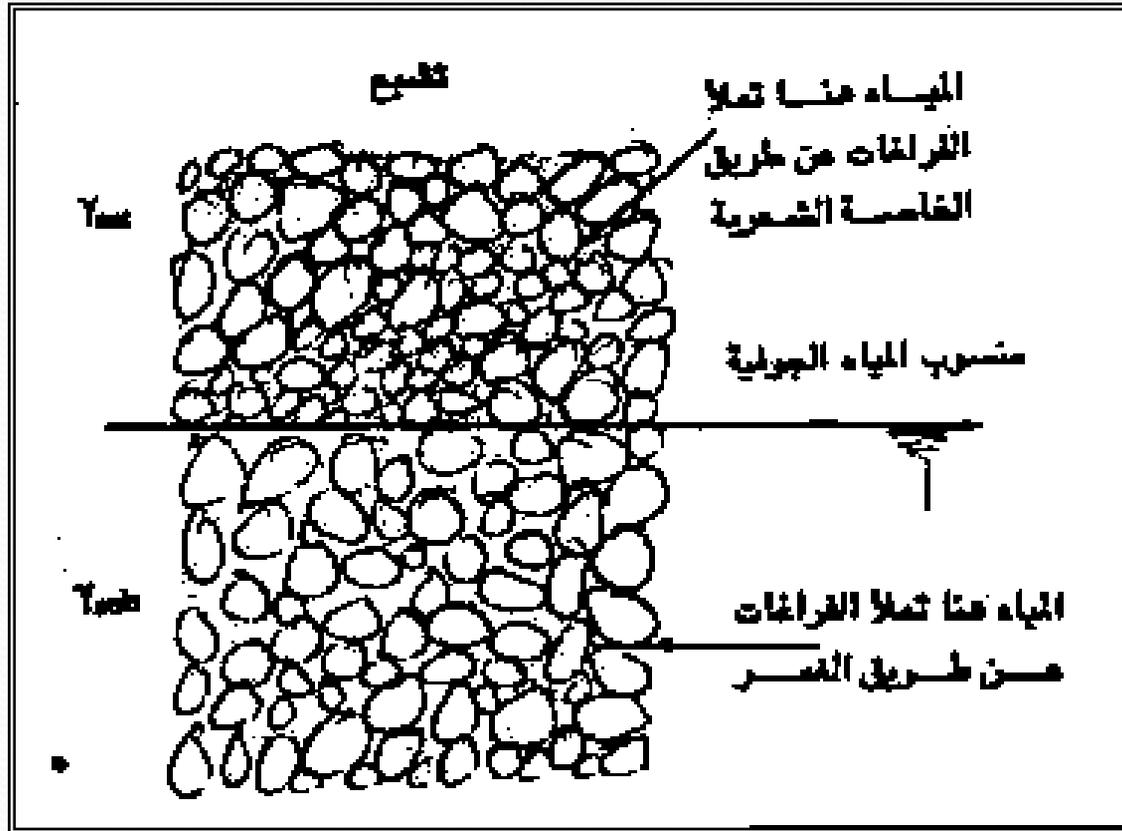
وذلك مع إهمال الخطاء الناتج من تطبيق هذه العلاقة . إما  
لحساب  $\gamma_{sub}$  بدقة فتستخدم العلاقات التالية :

$$\gamma_{\text{sub soil}} = \gamma_{\text{sat soil}} - \gamma_w$$

$$\gamma_{\text{sub soil}} = \gamma_{\text{sat soil}} - 62.4 \quad (\text{in pcf})$$

$$\gamma_{\text{sub}} = \gamma_{\text{sat}} - 1 \quad \text{g/cm}^* \text{ or t/cm}^*$$

$$\gamma_{\text{sub}} = \gamma_{\text{sat}} - 9.81 \quad \text{kN/m}$$



شكل (١٢) حالة التشبع والغمر

- ولمعرفة الفرق بين  $\gamma_{sub}$  و  $\gamma_{sat}$  أو حالة التشبع وحالة يرجع إلى الشكل (١٢) حيث أن المياه تملأ فراغات التربة تحت منسوب المياه الجوفية عن طريق الغمر حيث التربة مغمورة وتخضع لقاعدة أرشميدس .

- أما التربة فوق منسوب المياه الجوفية فإن المياه تملأ فراغاتها عن طريق ظاهرة الخاصية الشعرية إلى أن تملأ كل فراغاتها ( حالة تشبع ) ويحدث ذلك في التربة الناعمة حيث حجوم الفراغات صغيرة بما يمثل الأنابيب الرفيعة في الخاصية الشعرية .  
وحيثما تملأ المياه جزء من فراغات التربة وليس كل الفراغات تكون التربة في هذه الحالة مبللة (وتستخدم هنا  $\gamma_{wet}$ ) وحيثما لا توجد أي مياه في الفراغات التربة تكون في هذه الحالة جافة (وتستخدم  $\gamma_{dry}$ )

- يجب ملاحظة أن وحدة الوزن للماء  $\gamma_w$  المستخدمة في علاقات الوزن بالحجم يمكن التعويض عنها بالقيم التالية :

$$\gamma_w = 62.4 \text{ pcf}$$

$$\gamma_w = 9.81 \text{ kN / m}^3$$

$$\gamma_w = 1 \text{ gm / cm}^3$$

$$\gamma_w = \text{t/ m}^3$$

- \* المحتوى المائي  $\theta$  Water Content :  
هو النسبة بين وزن الماء إلى حبيبات التربة

$$\theta, (\%) = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

- \* نسبة الفراغات  $e$  Void ratio :  
هي النسبة بين حجم الفراغات وحجم الحبيبات الصلبة

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

● \* المسامية  $\eta$  Porosity :

هي النسبة بين حجم الفراغات والحجم الكلي .

$$\eta = \frac{V_v}{V}$$

● ويمكن ربط المسامية ونسبة الفراغات كما يلي :

$$V = V_s + V_v$$

$$\eta = \frac{V_v}{V_s + V_v} = \frac{V_v/V_s}{V_s/V_s + V_v/V_s} = \frac{e}{1 + e}, \dots \dots e = \frac{\eta}{1 - \eta}$$

● \* درجة التشبع S : Degree of saturation

هي النسبة بين حجم المياه إلى حجم الفراغات

$$S(\%) = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

● محتوى فراغات الهواء A air voids content (وقد يرمز

لها بالرمز  $\eta_a$ ) :

هو النسبة بين حجم الهواء إلى الحجم الكلي

$$\eta_a = \frac{V_a}{V}$$

● الحجم النوعي  $v$  Specific Volume :  
هو الحجم الكلي للتربة الذي يحتوي على وحدة الحجم من  
الحبيبات الصلبة :

$$v = 1 + e$$

● الوزن النوعي  $G_s$  لحبيبات التربة :

**Specific gravity of solids :**

هو النسبة بين وحدة الوزن لحبيبات التربة الصلبة إلى وحدة الوزن للماء لنفس حجم الحبيبات

$$G_s = \frac{M_s}{V_s \rho_w} \text{ or } \dots G_s = \frac{M_s}{V_s \rho_w} = \frac{W_s}{V_s \gamma_w}$$

● \* الكثافة  $\rho$  Bulk density :

هي النسبة بين الكتلة الكلية والحجم

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$\begin{aligned} \rho_w &= 1 \text{ t/ m}^3 \text{ وكثافة الماء} \\ &= 1\text{g / c m} \end{aligned}$$

- وتنقسم الكثافة للتربة حسب حالتها إلى ما يلي :  
- الكثافة الجافة :

$$\rho_{\text{dry}} = \frac{M_s}{V} \quad \text{Dry density, kg/ m}^3$$

- الكثافة الحجمية (الطبيعية) :

$$\rho_{\text{wet}}, \rho_b \quad \text{wet (bulk) density}$$

$$\rho_{\text{wet}} = \frac{M}{V} \quad \text{wet density, (kg/m}^3)$$

- الكثافة المشبعة :

$\rho_{\text{sat}}$  Saturated density

< في حالة التشبع التام :  $S = 1$

$$\rho_{\text{sat}} = \frac{G_s + e}{1 + e} \rho_w$$

< في حالة التربة الجافة تماما:  $S = 0$

$$\rho_d = \frac{G_s}{1 + e} \rho_w$$

< في الحالة الطبيعية أو المبللة (الكثافة الحجمية) :

$$\rho_d = \frac{Gs + Sre}{1 + e} \quad \text{or} \quad \rho_b = \frac{Gs(1 + \theta)}{1 + e}$$

● علاقات أساسية : Basic relationships

العلاقة بين  $\theta$ ,  $e$ ,  $S$ ,  $G_s$  :

$$S = \frac{V_w}{V_v} = \frac{W_w / \gamma_w}{V_v} = \frac{\theta G_s \gamma_w / \gamma_w}{e} = \frac{\theta G_s}{e}$$

• من التعاريف السابقة وبطريقة أخرى :  $(S=1) e = \theta G_s$

$$W_w = V_w G_w \gamma_w = V_w \gamma_w$$

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w}$$

وبقسمة الطرفين على  $V_s$  :

$$\frac{V_w}{V_s} = \frac{W_w}{V_s \gamma_w}$$

● وبضرب الطرف الأيسر في  $\frac{V_v}{V_v}$  :

$$\frac{W_w}{V_s \gamma_w} = \frac{V_v}{V_v} \times \frac{V_w}{V_s}$$

$$\frac{V_w}{V_v} \times \frac{V_v}{V_v} = \frac{\theta W_s}{V_s \gamma_w}$$

$$S.e = \theta \cdot \left( \frac{W_s}{V_s \gamma_w} \right)$$

$$S.e = \theta \cdot G_s$$

## ● العلاقة بين $e$ , $V$ , $V_S$

$$V = V_s + (V_w + V_a)$$

$$V = V_v + V_s, \quad V_v = V - V_s$$

$$\frac{V_v}{V_s} = \frac{V}{V_s} - \frac{V_s}{V_s}$$

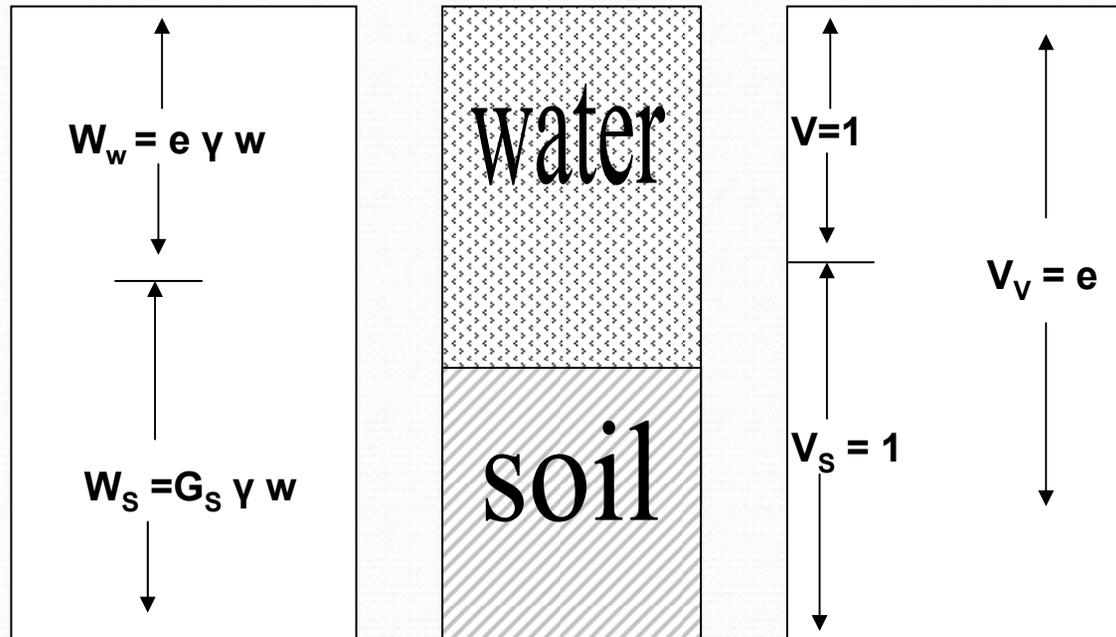
$$e = \frac{V - V_s}{V_s} \dots\dots e V_s = V - V_s \dots\dots V = e V_s + V_s \dots\dots V_s = \frac{V}{1 + e}$$

$$V = \frac{V_v}{V_s} V_s + \frac{V_w}{V_s} V$$

$$V = V_s + e V_s = V_s (1+e)$$

$$V_s = \frac{V}{1+e} \quad \text{أو}$$

● علاقات وحدة الأوزان :



شكل (١٣) حالة تشبع

• وحدة الأوزان الجافة :

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e}$$

• أو بطريقة أخرى :

Also , since  $\gamma_{dry} = \frac{W_w}{V_T}$

$$\gamma_{dry} = \frac{V_s \cdot G_s \cdot \gamma_w}{V_T} = \frac{V_s \cdot G_s \cdot \gamma_w}{V_s (1 + e)} = \frac{G_s \cdot \gamma_w}{(1 + e)}$$

• وحدة الأوزان المشبعة كما في الشكل (٥-٢)

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{W_w}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{\gamma_w G_s + e\gamma_w}{1 + e}$$

وبطريقة أخرى تصبح  $\gamma_{\text{sat}}$  كما يلي :

للتربة المشبعة تماما :

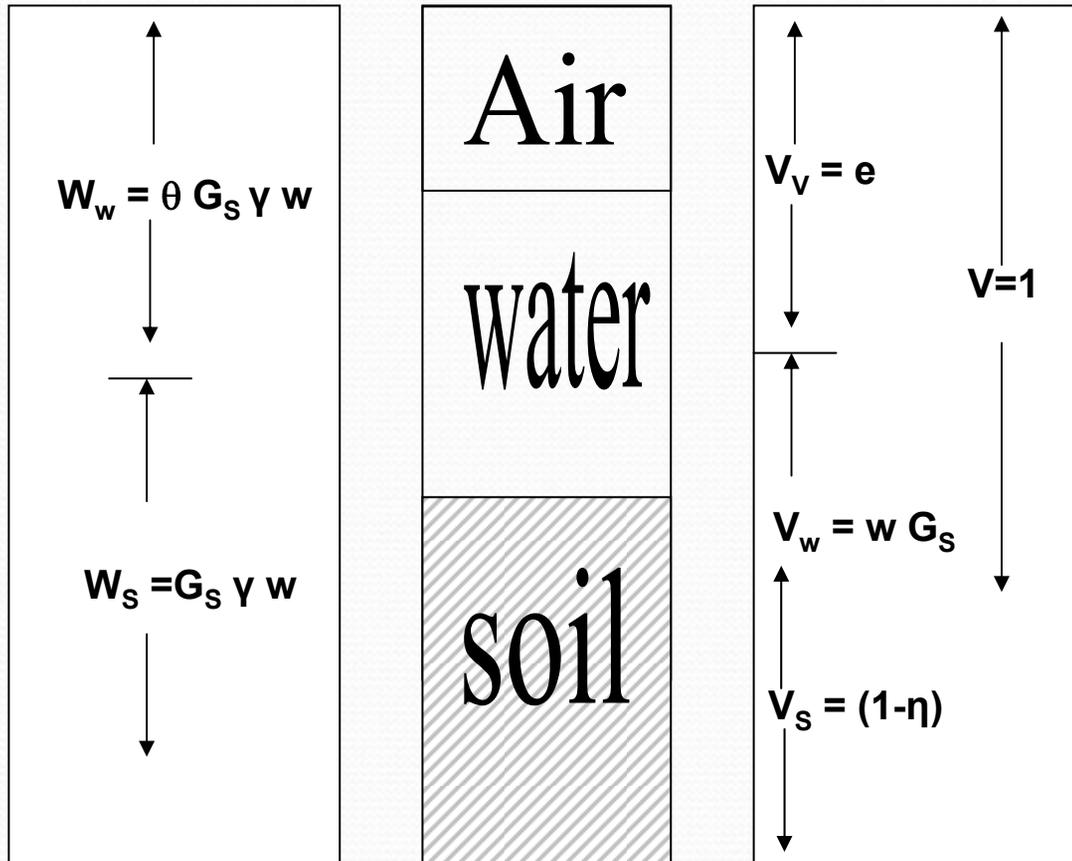
$$\begin{aligned}\gamma_{\text{sat}} &= \frac{W_T}{V_T} = \frac{W_S + W_W}{V_S(1+e)} \\ &= \frac{V_S G_S \gamma_w + V_W \gamma_w}{V_S(1+e)} = \frac{V_S G_S \gamma_w + e V_S \gamma_w}{V_S(1+e)} \\ &= \frac{(G_S + e) \gamma_w}{(1+e)}\end{aligned}$$

وحدة الأوزان المبللة أو الرطبة أو الطبيعية ، شكل ( ١٤ )

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V_s + V_v} = \frac{G_s \gamma_s + w G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{G_s \gamma_w (1 + \theta)}{1 + e}$$

$$\gamma = \frac{G_s (1 + \theta)}{1 + e} \gamma_w \quad \text{أو}$$

$$\gamma = \frac{G_s + Se}{1 + e} \gamma_w$$



- وحدة الأوزان المغمورة حينما تكون التربة مشبعة بالماء نتيجة غمرها به (أي وجودها تحت منسوب المياه الجوفية)

$$\gamma_{\text{sub}} = \frac{G_s \gamma_w - \gamma_w}{1 + e} = \frac{G_s - 1}{1 + e} \gamma_w$$

$$\gamma_{\text{sub}} = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w \quad \text{أى أن}$$

- علاقات أخرى لوحدات الأوزان :  
وحدة الأوزان الرطبة (المبللة)

$$V_s = V - V_v = 1 - \eta$$

$$W_w = \theta W_s = \theta(1 - \eta)G_s \gamma_w$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{(1 - \eta)G_s \gamma_w + \theta(1 - \eta)G_s \gamma_w}{1} \\ &= G_s \gamma_w (1 - \eta)(1 + \theta)\end{aligned}$$

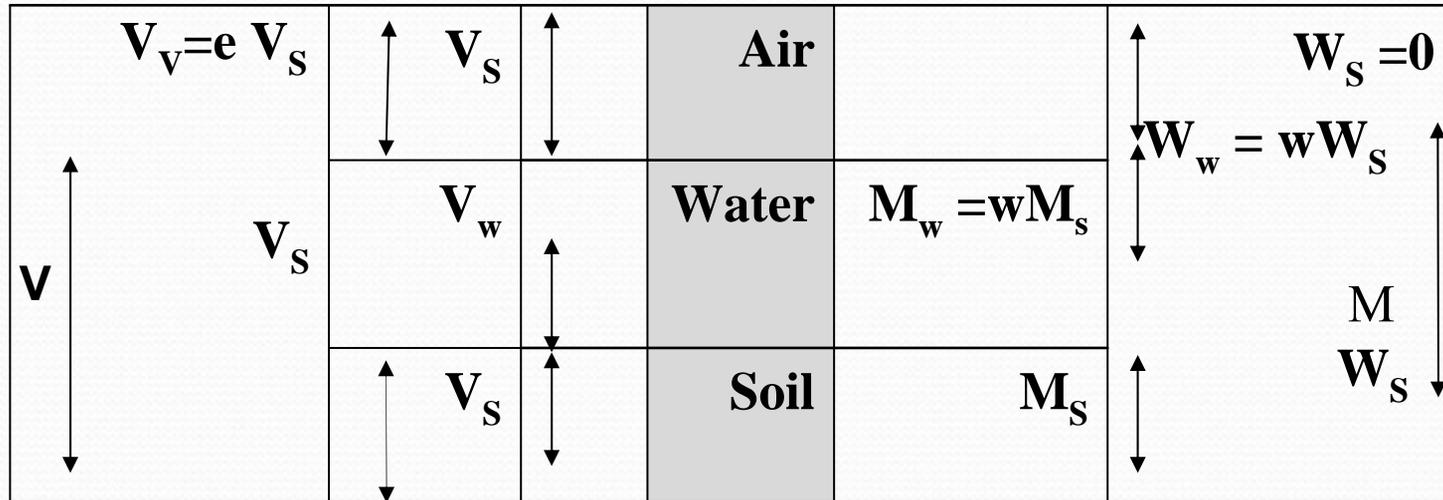
● وحدة الأوزان الجافة

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = (1 - \eta) G_s \gamma_w$$

● وحدة الأوزان المشبعة

$$\begin{aligned}\gamma_{sat} &= \frac{W_s + W_w}{V} \\ &= (1 - n) G_s \gamma_w + n \gamma_w \\ &= [G_s - n (G_s - 1)] \gamma_w\end{aligned}$$

## ● علاقة $G_s$ بالكثافة :



شكل (١٥) أوزان - حجوم

$$G_m = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{M}{V\rho_w} = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{W}{\gamma_w}$$

● علاقة  $A, e, G_s, W$

$$A = \frac{e - \theta G_s}{1 + e}$$

● علاقة  $A, \eta, S$

$$A = \eta(1 - S)$$

## أمثلة محلولة

- **Example 1:** A sample of soil obtained from a test pit is one cubic foot in volume and weighs 140 lb. Calculate the water content, wet unit weight, and dry unit weight.

- **Solution :**

|                        |              |                        |
|------------------------|--------------|------------------------|
| $V = 1.0 \text{ ft}^3$ | <i>Air</i>   | $W = 140 \text{ lb}$   |
|                        | <i>Water</i> |                        |
|                        | <i>soil</i>  | $W_s = 125 \text{ lb}$ |

weight of water =  $W_w = 140 - 125 - 15 \text{ lb}$

weight of dry soil =  $W_s = 125 \text{ lb}$

total volume of sample =  $V = 1.0 \text{ ft}^3$

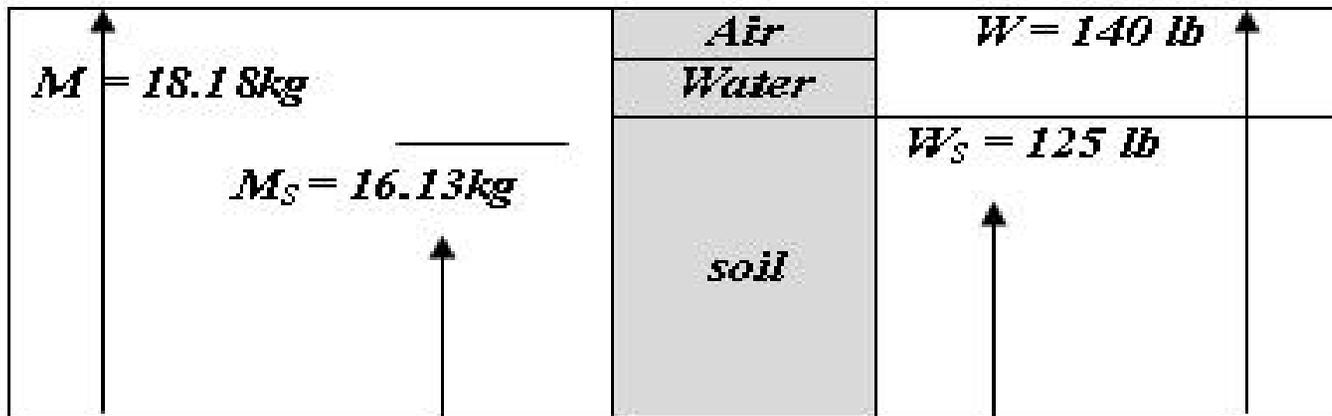
$$\text{wet unit weight} = \gamma_{\text{wet}} = \frac{W}{V} = \frac{140..lp}{1.0_{\text{ft}^3}} = 140\text{pcf}$$

$$\text{dry unit weight} = \gamma_{\text{dry}} = \frac{W_S}{V} = \frac{125..lp}{1.0_{\text{ft}^3}} = 125...pcf$$

$$\text{water content} = w = \frac{W_W}{W_S} = \frac{15..lb}{125..lb} = 0.12 = 12\%$$

- **Example 2** : Determine the wet density, dry unit weight, void ratio, water content, and degree of saturation for a sample of moist soil which has a mass of 18.18 kg and occupies a total volume of 0.009 m<sup>3</sup>. When dried in an oven. the dry mass is 16.13 kg. The specific gravity of the soil solids is 2.70.

- Solution :



$$\text{wet density, } \rho = \frac{M}{V} = \frac{18.8 \text{ kg}}{0.009 \text{ m}^3} = 2020 \text{ kg/m}^3$$

$$\begin{aligned}
 \text{dry unit weight, } \gamma_{\text{dry}} &= \frac{W_s}{V} = \frac{M_s (\gamma_w / \rho_w)}{V} = \frac{(16.13 \text{ kg}) \left( \frac{1 \text{ gm/cc}}{1 \text{ gm/cc}} \right)}{0.009 \text{ m}^3} \\
 &= 1818 \text{ kg/m}^3 = 1.82 \text{ gm/cm}^3 \\
 &= (1.82 \text{ gm/cm}^3) \times (9.81 \text{ N/m}^3) \\
 &= 17.85 \text{ kN/m}^3
 \end{aligned}$$

$$\text{water content, } \theta, \frac{M_w}{M_s} \times 100\% = \frac{(18.18 - 16.13) \text{ kg/m}^3}{16.13 \text{ kg/m}^3} 100\% = 12.7\%$$

$$\text{void ratio, } e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{0.0031\text{m}^3}{0.0059\text{m}^3} = 0.53$$

$$[\text{where}] \quad V_s = \frac{M_s}{G_s \rho_w}$$

$$= \frac{16.13\text{kg}}{(2.70)(1.0 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} \times 10^6 \frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3} \times 0.001\text{kg/gm})}$$

$$= \frac{16.13\text{kg}}{2.70 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0059\text{m}^3$$

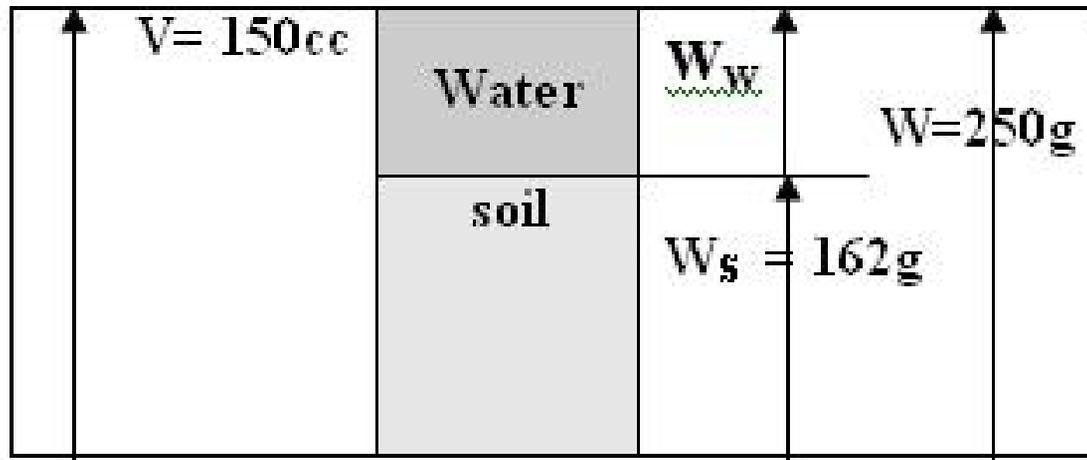
and

$$\begin{aligned}V_V &= V_T - V_S \\ &= 0.009 \text{ m}^3 - 0.0059 \text{ m}^3 \\ &= 0.0031 \text{ m}^3\end{aligned}$$

$$\text{Degree of saturation, } S \% = \frac{wG_s}{e} = \frac{(0.127)(2.70)}{(0.53)} \times 100\% = 64.7\%$$

- **Example 3** : A 150 - cc sample of wet soil scales 250 g when 100 percent saturated. It is oven-dried and found to weigh 162 g. Calculate the dry unit weight (really density, since gram units are used), water content, void ratio, and  $G_s$  .

● **Solution :**



$$\gamma_{\text{dry}} = \frac{W_s}{v} = \frac{162 \text{ g}}{150 \text{ cm}^3} = 1.08 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$= (1.08 \text{ g / cm}^3) (62.4 \left[ 62.4 \frac{\text{lb/ft}^3}{\text{g/cm}^3} \right]) = 67.5 \text{ pcf}$$

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{250 - 162\text{g}}{162\text{g}} = 0.543 = 54.3\%$$

$$V_w = \frac{W_w}{G_w \gamma_w} = \frac{250\text{g} - 162\text{g}}{(1.0)(1.0\text{g/cm}^3)} = 88\text{cm}^3 = V_v$$

for this problem, since for 100% saturation all voids are filled with water

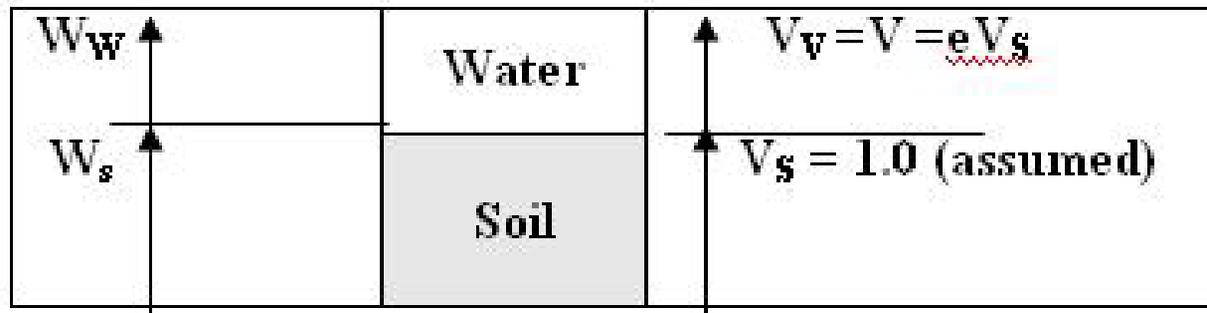
$$V_S = V_T - V_V = 150 \text{ cm}^3 - 88 \text{ cm}^3 = 62 \text{ cm}^3$$

$$e = \frac{V_V}{V_S} = \frac{88 \text{ cm}^3}{62 \text{ cm}^3} = 1.42$$

$$G_S = \frac{W_S}{V_S \gamma_w} = \frac{162 \text{ g}}{(62 \text{ cm}^3)(1.0 \text{ g/cm}^3)} = 2.61$$

- **Example 4** : Laboratory test data on a sample of saturated soil show that the void ratio is 0.45 and the specific gravity of soil solids is 2.65 . For these conditions, determine the wet unit weight of the soil and its water content.

- **Solution :**



This sample is saturated; thus all voids are filled with water.

$$e = \frac{V_v}{V_s} = 0.45$$

But  $V_V$  and  $V_S$  are not known. On the block diagram, assume that  $V_S$  is unity. Therefore:

$$V_T = V_s + e V_s = 1.0 + 0.45 = 1.45$$

As a result,

$$W_s = V_s G_s \gamma_w = (1.0)(2.65)(62.4 \text{ pcf}) = 165 \text{ Ib}$$

And

$$W_w = V_w \gamma_w = (0.45 \text{ ft}^3)(62.4 \text{ pcf}) = 28 \text{ Ib}$$

from which

$$W_T = W_s + W_w = 165 \text{ lb} + 28 \text{ lb} = 193 \text{ lb}$$

$$\gamma_{\text{wet}} = \frac{W_T}{V_T} = \frac{195 \text{ lb}}{1.45 \text{ ft}^3} = 133 \text{ pcf}$$

$$W = \frac{W_w}{W_s} = \frac{28 \text{ lb}}{165 \text{ lb}} = 0.17 = 17 \text{ peresent}$$

- **Example 5** : An undisturbed, one-cubic-foot volume of soil obtained from a test pit found to have a wet weight of 103.2 Ib. The dry weight of the sample is 84.5 Ib. What would be the effective unit weight of such a soil if it were submerged below the ground water table ? The specific gravity of the soil is determined to be 2.70. The effective submerged weight is approximately.

● **Solution :**

$$\gamma_{\text{sub}} \cong \frac{1}{2} \gamma_{\text{wet}} \cong \frac{1}{2} (103.2 \text{ pcf}) \cong 52 \text{ pcf}$$

An accurate determination is as follows :

$$V_s = \frac{W_s}{G_s \gamma_w} = \frac{84.5 \text{ lb}}{(2.70)(62.4 \text{ pcf})} = 0.50 \text{ ft}^3$$

$$V_V = V_T - V_s = 1.0 \text{ ft}^3 - 0.50 \text{ ft}^3 = 0.50 \text{ ft}^3$$

$$e = \frac{V_V}{V_S} = \frac{0.50}{0.50} = 1.00$$

$$\gamma_{\text{sub}} = \left( \frac{G_S - 1}{1 + e} \right) \gamma_w$$

$$= \left( \frac{2.70 - 1}{1 + 1.0} \right) (62.4 \text{ pfc}) = 53.2 \text{ pfc}$$

or submerged weight,

$$W_{\text{sub}} = V_S \gamma_w (G_S - G_w) = (0.50) (62.4 \text{ pcf}) (1.70) \\ = 53.2 \text{ lb}$$

and for a volume of one cubic foot

$$\gamma_{\text{sub}} = \frac{W_{\text{sub}}}{V_T} = \frac{53.2 \text{ lb}}{1.0 \text{ pcf}} = 53.2 \text{ pcf}$$

- **Example 6** : Assume that a one-cubic-foot volume of soil similar to the soil from the preceding illustration is excavated from a location below the water table. The soil is now 100 percent saturated. What saturated weight would be expected ?

- **Solution** :

$$\gamma_{\text{sub}} = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_{\text{w}}$$

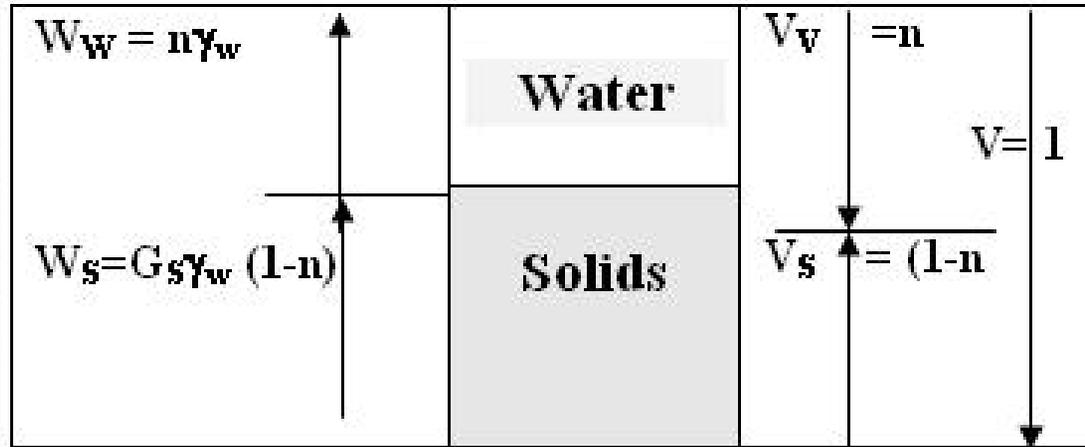
$$\gamma_{\text{sub}} = \gamma_{\text{sat}} + \gamma_{\text{w}} = 53.2 \text{ pcf} + 62.4 \text{ pcf} = 115.6 \text{ pcf}$$

- **Example 7 a** : for a soil in natural state, given  $e = 0.8$ ,  $w = 24\%$ . and  $G_s = 2.68$ .

a) Determine the moist unit weight, dry unit weight, and degree of saturation.

b) If the soil is made completely saturated by adding water, what would its moisture content be at that time ? Also find the saturated unit weight.

- **Solution Part (a) :**



The moist unit weight is

$$\gamma = \frac{G_s \gamma_w (1 + w)}{1 + e}$$

since  $\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$ .

$$\gamma = \frac{(2.68)(9.81)(1 + 0.24)}{1 + 0.8} = 18.11 \text{ kN/m}^3$$

The dry unit weight is

$$\gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{(2.68)(9.81)}{1 + 0.8} = 14.61 \text{ kN/m}^3$$

The degree of saturation is :

$$S (\%) = \frac{W \cdot G_s}{e} \times 100 = \frac{(0.24)(2.68)}{0.8} \times 100 = 80.4\%$$

• **Solution Part (b) :**

for saturated soils,  $e = W.G_s$ , or

$$W(\%) = \frac{e}{G_s} \times 100 = \frac{0.8}{2.68} \times 100 = 29.85\%$$

The saturated unit weight is :

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{G_s \gamma_w + e \gamma_w}{1 + e} = \frac{9.81(2.68 + 0.8)}{1 + 0.8} = 18.97 \text{ kN/m}^3$$

- **Example 7 b** : In its natural condition a soil sample has a mass of 2290 g and a volume of  $1.15 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  . After being completely dried in an oven the mass of the sample is 2035 g. The value of  $G_s$  for the soil is 2.68. Determine the bulk density, unit weight, water content, void ratio, porosity, degree of saturation and air content.

- **Solution :**

$$\text{Bulk density, } \rho = \frac{M}{V} = \frac{2.290}{1.15 \times 10^{-3}} = 1990 \text{ kN/m}^3 (1.99 \text{ Mg/m}^3)$$

$$\begin{aligned} \text{Unit weight, } \gamma &= \frac{M_g}{V} = 1990 \times 9.8 = 19.500 \text{ N/m}^3 \\ &= 19.5 \text{ kN/m}^3 \end{aligned}$$

$$\text{Water content, } \theta = \frac{M_w}{M_s} = \frac{2290 - 2035}{2035} = 0.125 \text{ or } 12.5\%$$

$$\begin{aligned}\text{Void ratio, } e &= G_s(1 + w) \frac{\rho_w}{\rho} - 1 \\ &= (2.68 \times 1.125 \times \frac{1000}{1990}) - 1 \\ &= 1.52 - 1 \\ &= 0.52\end{aligned}$$

$$\text{porosity, } \eta = \frac{e}{1 + e} = \frac{0.52}{1.52} = 0.34 \text{ or } 34\%$$

degree of saturation,

$$S = \frac{WG_s}{e} = \frac{0.125 \times 2.68}{0.52} = 0.645 \text{ or } 64.5\%$$

Air content,  $A = \eta (1 - S) = 0.34 \times 0.355$   
 $= 0.121 \text{ or } 12.1\%$