الفصل السابع

اجهادات التربة وتوزيعها خلال القطاع الأرضي

Soil Stress Distributions

- من المشاكل الأساسية في علم ميكانيكا التربة عند زراعة الأرض أو تأسيس المنشآت عليها، إيجاد العلاقات بين الأحمال الواقعة على مساحة معينة وأعماق توزيع تلك الأحمال، ومقدار الهبوط واستمرارية التحميل. إن الهبوط يستلزم معرفة توزيع الإجهادات داخل التربة، كما أن توزيع الإجهاد يعتمد على نوع التربة وترتيب طبقات قطاع التربة ووجود المياه الجوفية.

- **الإجهادات في التربة تحدث بسبب:**

- **١- وزن التربة نفسها** $\sigma = \gamma H$

- **٢- الإجهاد الناشئ عن احمال المنشآت المنقولة أو طبقات التربة العليا**

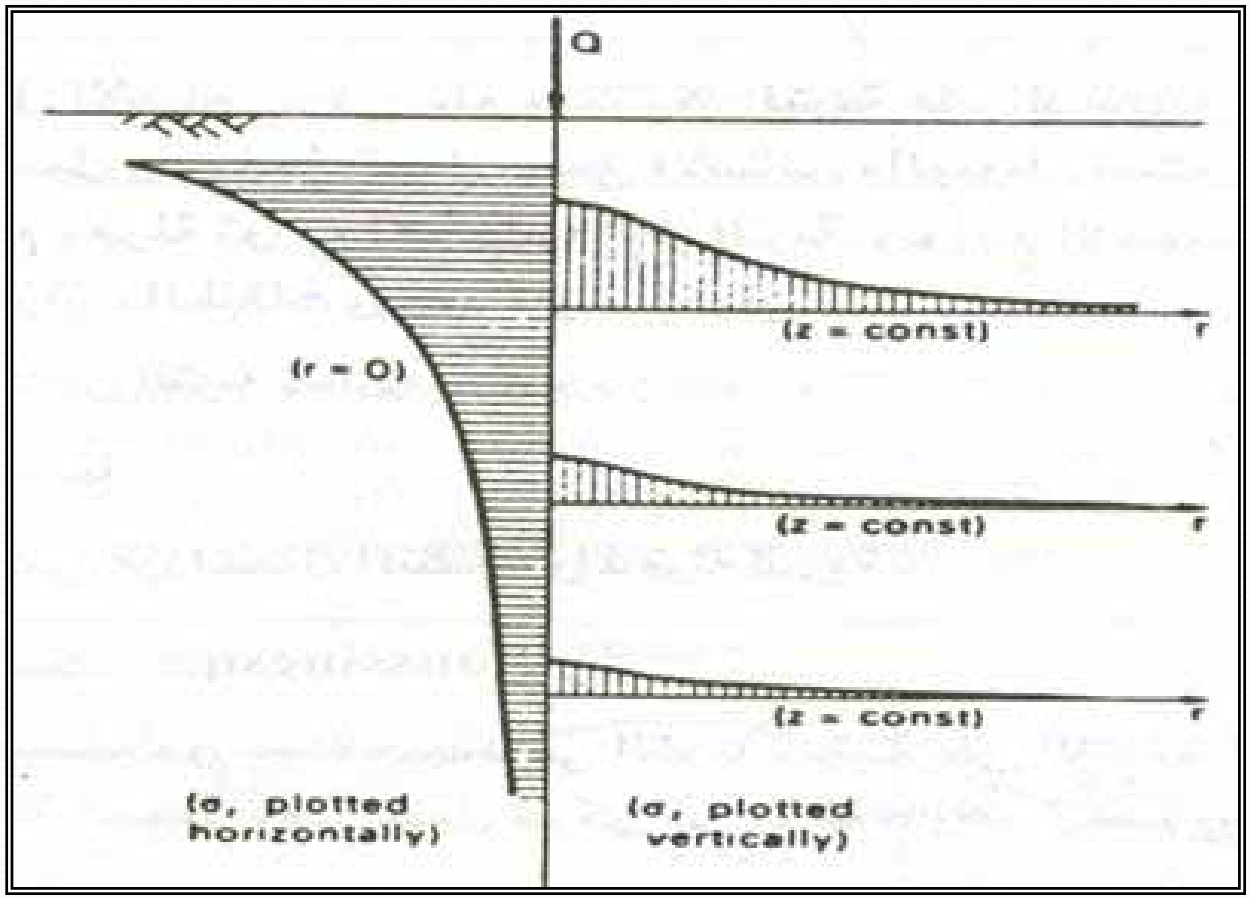
- نظرية بوزينسك Boussiniesqis

- بوزينسك أوضح أن توزيع الإجهادات فى التربة مبنية على النتائج الرياضية لنظرية المرونة لأبسط حالة تحميل وهى حمل مركز فى نقطة. ووضع بوزينسك الفروض التالية:

- ١- التربة مرنة ومتجانسة ومتماثلة الخواص وتخضع لقانون هوك.
- ٢- وزن التربة نفسها مهمل.
- ٣- التربة غير مجهدة تحب تأثير الحمل.
- ٤- توزيع الإجهاد لا يعتمد على التربة وأن التغير الحجمي للتربة مهمل.
- ٥- قاعدة توزيع الإجهادات الخطية صالحة.
- ٦- الإجهادات لا تكون متماثلة حول المحور الرأسي المار بالحمل المركز.

- ويبين الشكل (٧-١) توزيع الإجهادات فى التربة نتيجة لوجود حمل مركز مؤثر على التربة. لاحظ قلى الإجهادات كلما بعدنا عن المحور المار بنقطة تأثير الحمل Q وقد بين بوزينسك المعادلة التالية لحساب الإجهاد نتيجة للحمل المركزي

$$\frac{Q}{Z} = \frac{3}{2\pi\left[1+\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} = \frac{Q}{Z^2} I_B$$

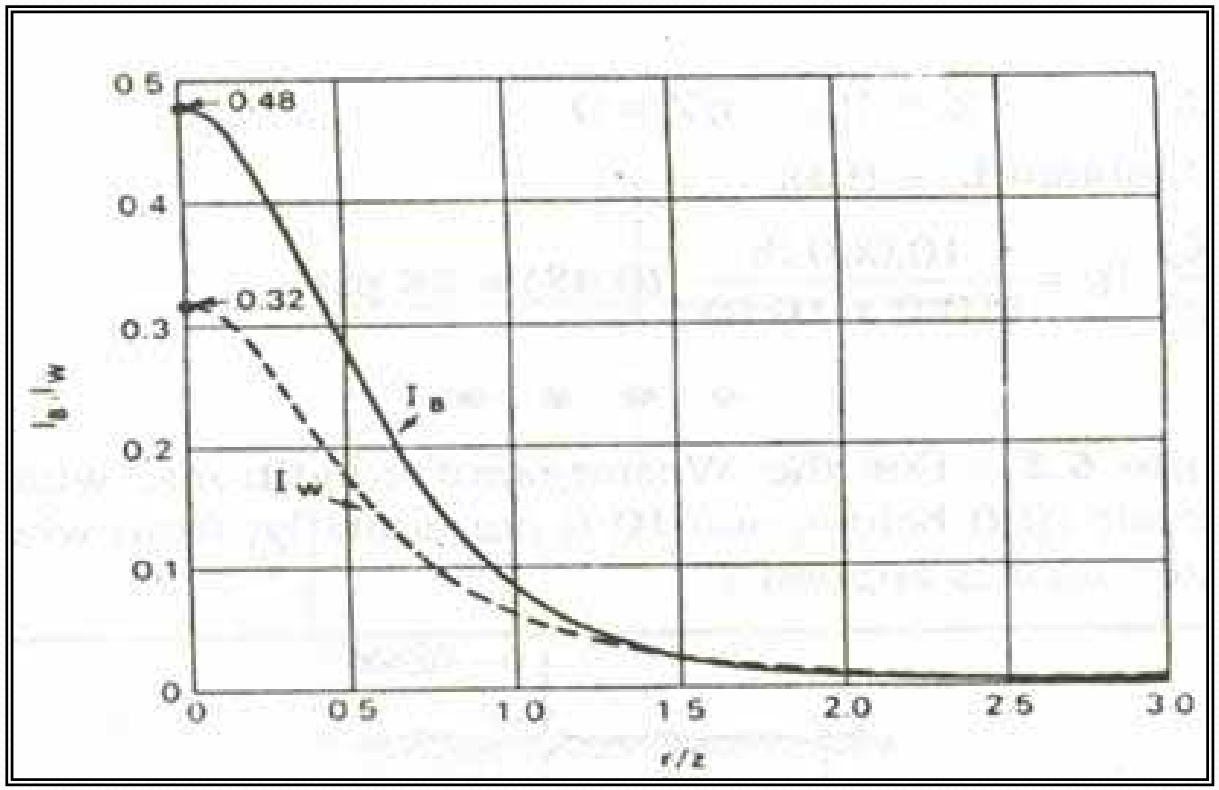


شكل (٧-١) التغير في الإجهاد الرأسي لحمل مركزي

والمعامل I_B يعين من المنحنى شكل (٧-٢) كما أعطى وسترجارد Westergarard من المعادلة:

$$\Delta\sigma = \frac{Q}{Z^2\pi\left[1+2\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} = \frac{Q}{Z^2} I_w$$

والمعامل I_w يعين من نفس الشكل (٧-٢)



شكل (٧-٢) تعيين المعاملات IB, IW

- والجدول التالي يعطى قيم للمعامل I_B المناظرة لقيمة النسبة r/z حيث إحداثيات النقط المطلوبة إيجاد الإجهاد عندها هي r , z

r/z	I_B	r /z	I_B	r /z	I_B
0.00	0.478	0.80	0.139	1.60	0.020
0.10	0.466	0.90	0.108	1.70	0.016
0.20	0.433	1.00	0.084	1.80	0.013
0.30	0.385	1.10	0.066	1.90	0.011
0.40	0.329	1.20	0.051	2.00	0.009
0.50	0.273	1.30	0.040	2.20	0.006
0.60	0.221	1.40	0.032	2.40	0.004
0.70	0.176	1.50	0.025	2.60	0.003

- **Example 7-1:**

For Boussinesq condition, what subsurface stress will result at a point 10 ft below where a 10,000 lb point load is applied.

r= 0, z=10, r/z = 0

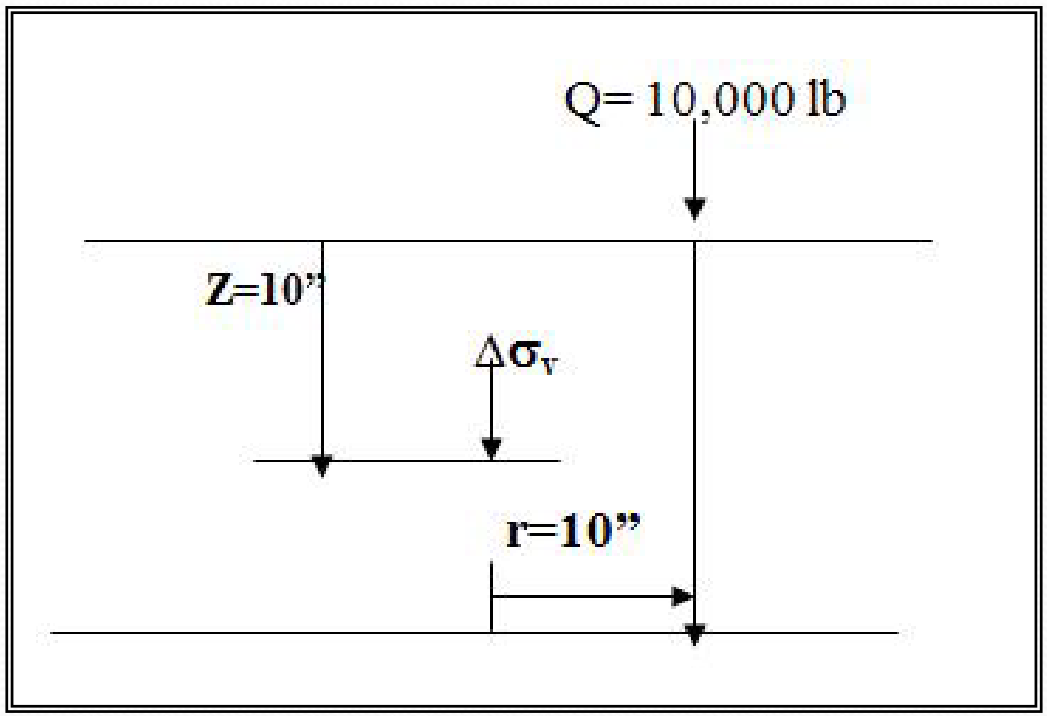
For r/z 0, **obtain** IB = 0.48

$$\Delta\sigma v = \frac{Q}{Z^2} I_B = \frac{10{,}000 Ib}{(10\,ft \times 10\,ft)}(0.48) = 48\,psf$$

- **Example 7-1:**

for the Westergaard conditions, what subsurface stress will result 10 ft below, and 10 ft horizontally, from where a 10,000 lb concentrated load is applied??

Solution :



$$r = 10, \quad z = 10, \quad r/z = 1.0$$

For $r/z = 1.0$ **obtain** $I_W = 0.065$

$$\Delta\sigma v = \frac{Q}{Z^2} I_B = \frac{10{,}000 Ib}{(10\,ft \times 10\,ft)}(0.065) = 6.5\,psf$$

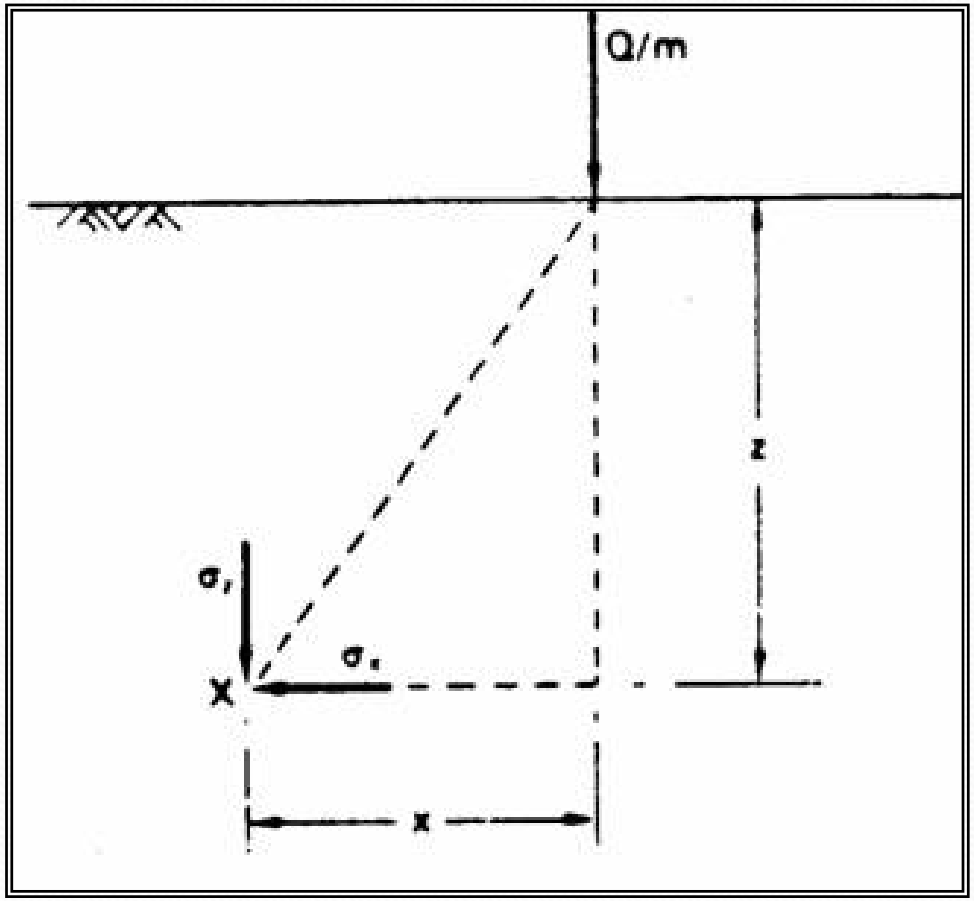
- الإجهاد الرأسي نتيجة الحمل الخطى

- **Vertical load due to line load**

- في الشكل(٧-٣)

Q/m^1 يحسب عند نقطة x التي إحداثيتها (x, z) من العلاقة الآتية:

$$\sigma z = \frac{2Q}{\pi} = \frac{z^3}{(x^2 + z^2)}$$



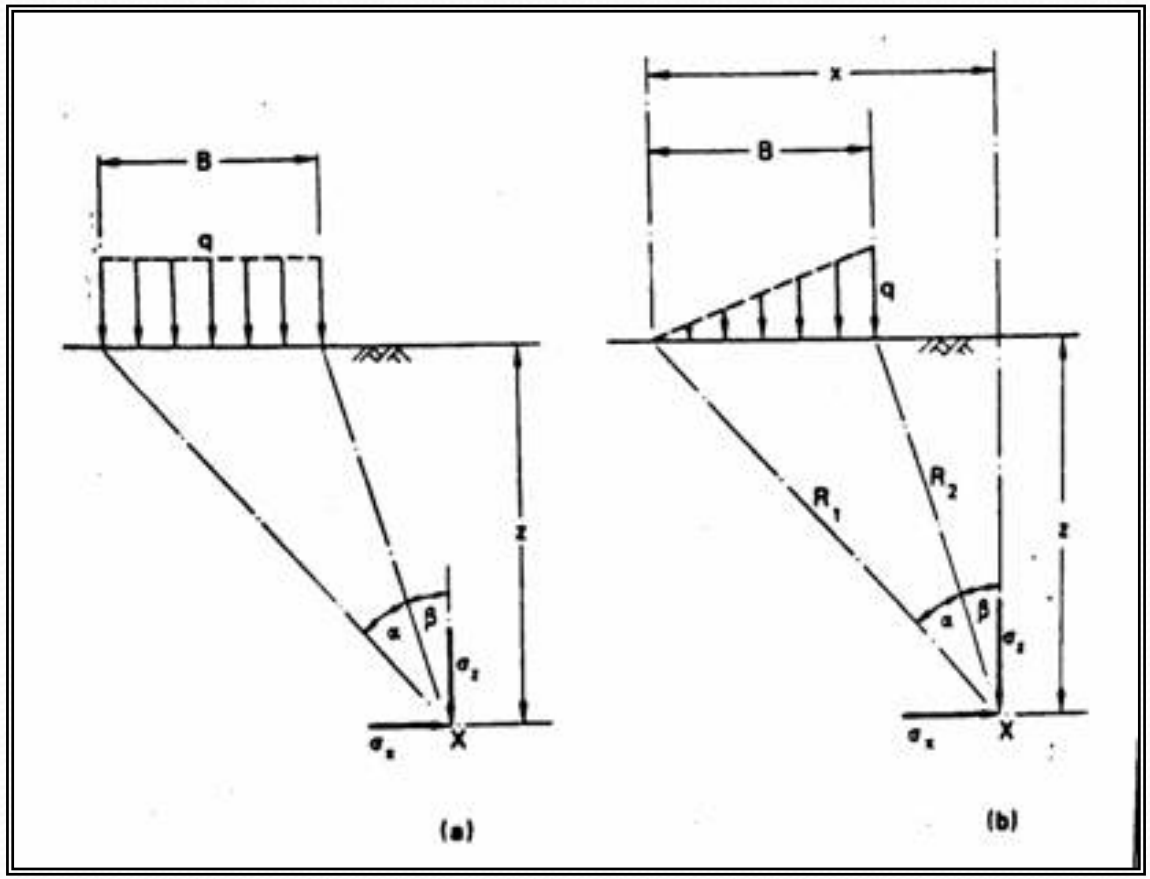
شكل (٧-٣) الإجهاد للحمل الخطى

- الإجهاد الرأسي نتيجة حمل الشريحة المنتظم

- **Stress due to strip Area Carrying Uniform Pressure**

- حمل الشريحة قد يكون حمل منظم وقد يكون متزايد خطيا (مثلث) شكل (٧-٤) والمعادلة الآتية تستخدم لحساب الإجهاد الرأسي σ_z لحمل شريحة منتظم (a)

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\alpha+\sin(\alpha).\cos(\alpha+2\beta)]$$



شكل (٧-٤) الإجهاد نتيجة الحمل المنتظم والحمل المثلثي

- أما الحمل الشريحة المتزايد خطيا (b) فتحسب Qz من العلاقة :

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} = \left(\frac{x}{B}\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\beta \right)$$

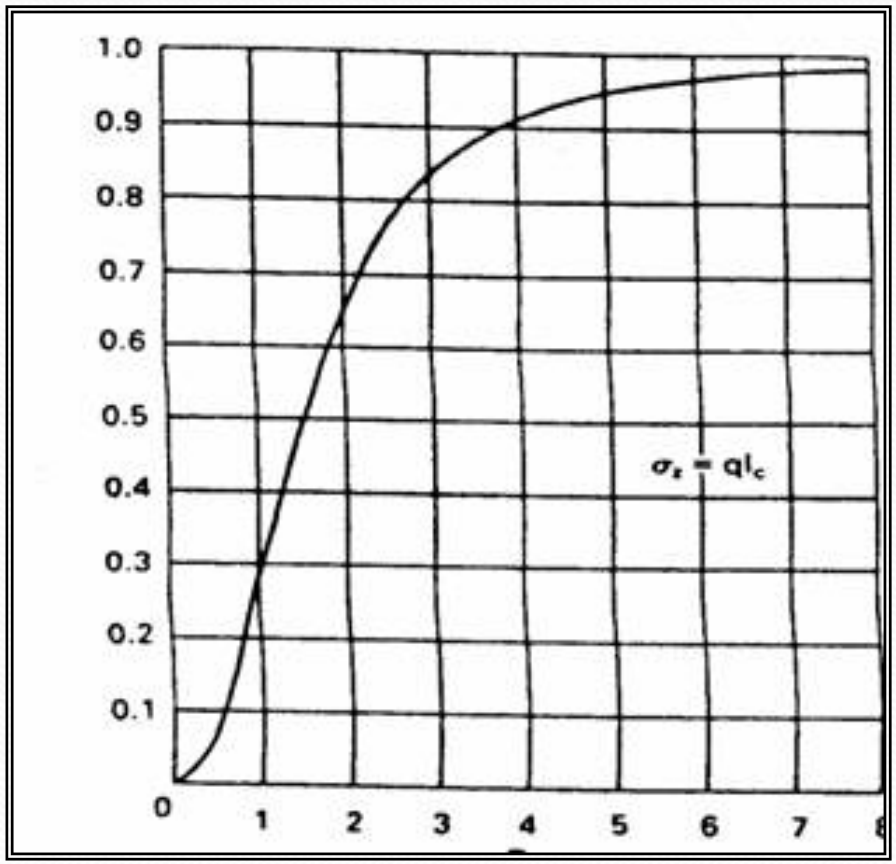
- الإجهاد نتيجة حمل منتظم على مساحة دائرية

- **Stress due to circular area carrying uniform pressure**

- **الإجهاد الرأسي عند عمق z تحت مركز مساحة دائرته بقطر مساوي 2R وتحمل إجهاد منتظم q يحسب من العلاقة الآتية :**

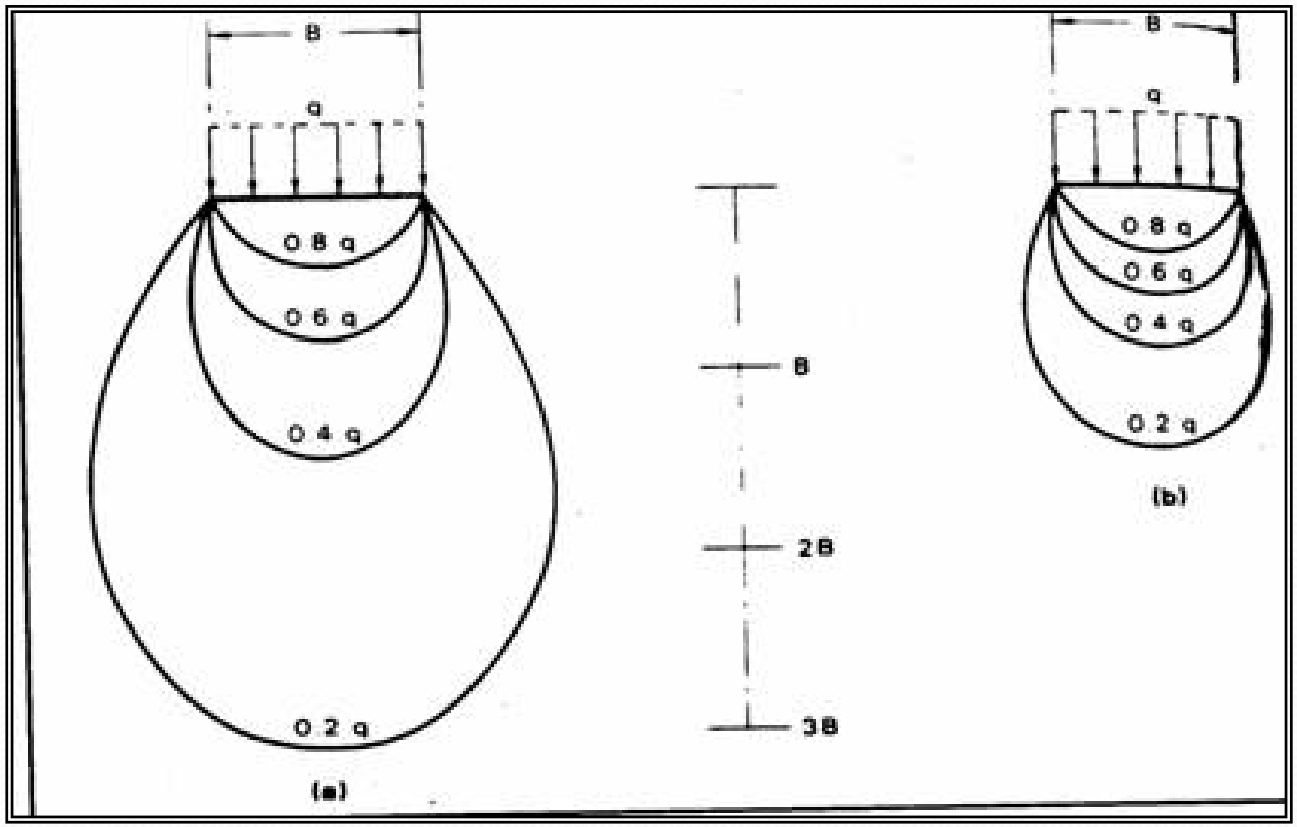
$$\sigma_z = q\left[1 - \left(\frac{1}{1+(R/z)^2}\right)^{3/2}\right] = qI_c$$

- ويعين المعامل I_c من الشكل التالي :



شكل (٧-٥) الإجهاد الرأسي في مركز الحمل الدائري المنتظم

- ويبين شكل (٧-٦) خطوط كنتور للاجهادات الرأسية المتساوية تحت أساس شريحة وأساس مربع . والمنطقة الواقعة داخل الكنتور 0.2q تسمي bulb pressure وتبين الأشكال (٧-٧) ، (٧-٨) خطوط كنتور أكثر للاجهادات المتساوية . أحداهما بطريقة حساب بوزينسك والأخرى بطريقة حساب وسترجارد .



شكل (٦-٧) خطوط كنتور الإجهاد لحمل شريحة وحمل منتظم مربع

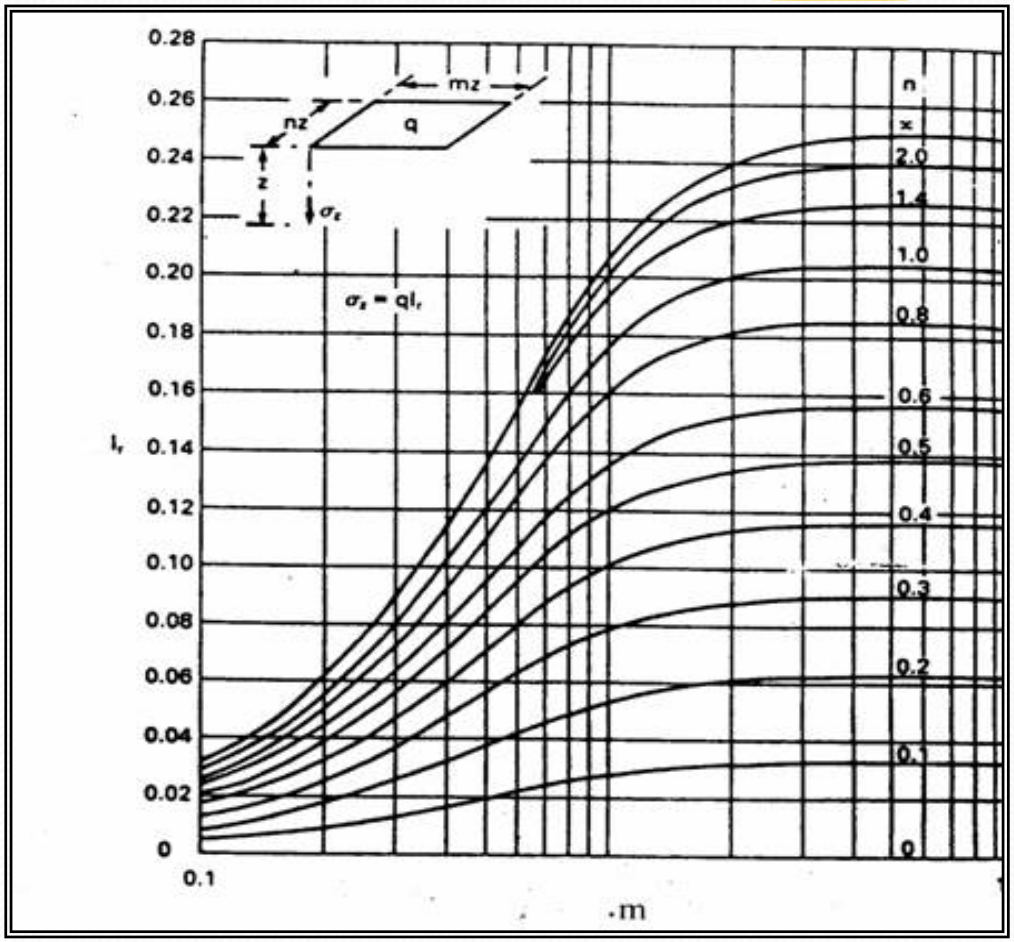
- الإجهاد الرأسي نتيجة مساحة مستطيله محملة بحمل منتظم

- **Vertical Stress due to Rectangular Area carrying uniform Pressure**

- (أ) طريقة فادم Fadum :
- الإجهاد الرأسي على عمق z أسفل ركن أساس مستطيل محمل بحمل منتظم يمكن الحصول عليه من المعادلة :

$$\sigma_z = qI_r$$

حيث أبعاد الأساس هي n_z, m_z ويعين المعامل I_r من المنحني شكل (٧-٩) المرافق والذي وضعه فادوم Fadum (1948) كذلك يمكن تعيين المعامل من I_r الجدول (٧-٣)



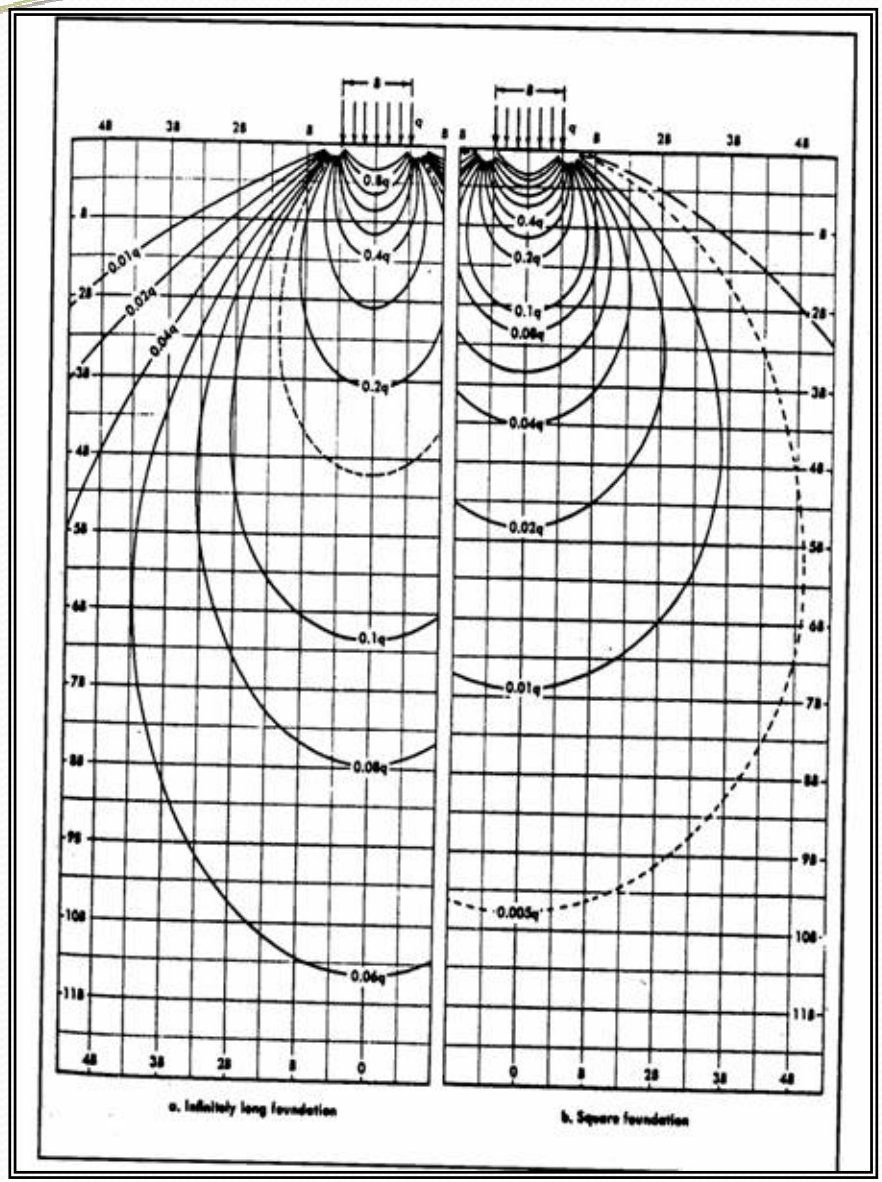
شكل (٧-٩) طريقة فادم لتعيين الإجهاد أسفل ركن حمل مستطيل منتظم

Reproduced from R.E. Fadum, 1948

B/z \ L/z	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.4	2.0	3.0	5.0	∞
0.1	0.0047	0.0092	0.0132	0.0168	0.0198	0.0222	0.0242	0.0258	0.0270	0.0279	0.0301	0.0311	0.0315	0.0316	0.0316
0.2	0.0092	0.0179	0.0259	0.0328	0.0387	0.0435	0.0474	0.0504	0.0528	0.0547	0.0589	0.0610	0.0618	0.0620	0.0620
0.3	0.0132	0.0259	0.0374	0.0474	0.0560	0.0630	0.0686	0.0731	0.0766	0.0794	0.0856	0.0887	0.0898	0.0901	0.0902
0.4	0.0168	0.0328	0.0474	0.0602	0.0711	0.0801	0.0873	0.0931	0.0977	0.1013	0.1094	0.1134	0.1150	0.1154	0.1154
0.5	0.0198	0.0387	0.0560	0.0711	0.0840	0.0947	0.1034	0.1104	0.1158	0.1202	0.1300	0.1350	0.1368	0.1374	0.1375
0.6	0.0222	0.0435	0.0629	0.0801	0.0947	0.1069	0.1158	0.1247	0.1310	0.1361	0.1475	0.1533	0.1555	0.1561	0.1562
0.7	0.0240	0.0474	0.0686	0.0873	0.1034	0.1168	0.1277	0.1365	0.1436	0.1491	0.1620	0.1686	0.1711	0.1719	0.1720
0.8	0.0258	0.0504	0.0731	0.0931	0.1104	0.1247	0.1365	0.1461	0.1537	0.1598	0.1739	0.1812	0.1841	0.1849	0.1850
0.9	0.0270	0.0528	0.0766	0.0977	0.1158	0.1311	0.1436	0.1537	0.1619	0.1684	0.1836	0.1915	0.1947	0.1956	0.1958
1.0	0.0279	0.0547	0.0794	0.1013	0.1202	0.1361	0.1491	0.1598	0.1684	0.1752	0.1914	0.1999	0.2034	0.2044	0.2046
1.4	0.0301	0.0589	0.0856	0.1094	0.1300	0.1475	0.1620	0.1739	0.1836	0.1914	0.2102	0.2206	0.2250	0.2263	0.2266
2.0	0.0311	0.0610	0.0887	0.1134	0.1350	0.1533	0.1686	0.1812	0.1915	0.1999	0.2206	0.2325	0.2378	0.2395	0.2399
3.0	0.0315	0.0618	0.0898	0.1150	0.1368	0.1555	0.1711	0.1841	0.1947	0.2034	0.2250	0.2378	0.2420	0.2461	0.2465
5.0	0.0316	0.0620	0.0901	0.1154	0.1374	0.1561	0.1719	0.1849	0.1956	0.2044	0.2263	0.2395	0.2461	0.2486	0.2491
∞	0.0316	0.0620	0.0902	0.1154	0.1375	0.1562	0.1720	0.1850	0.1958	0.2046	0.2266	0.2399	0.2465	0.2492	0.2500

جدول (٧-٣) تعيين المعامل Ir في طريقة فادوم

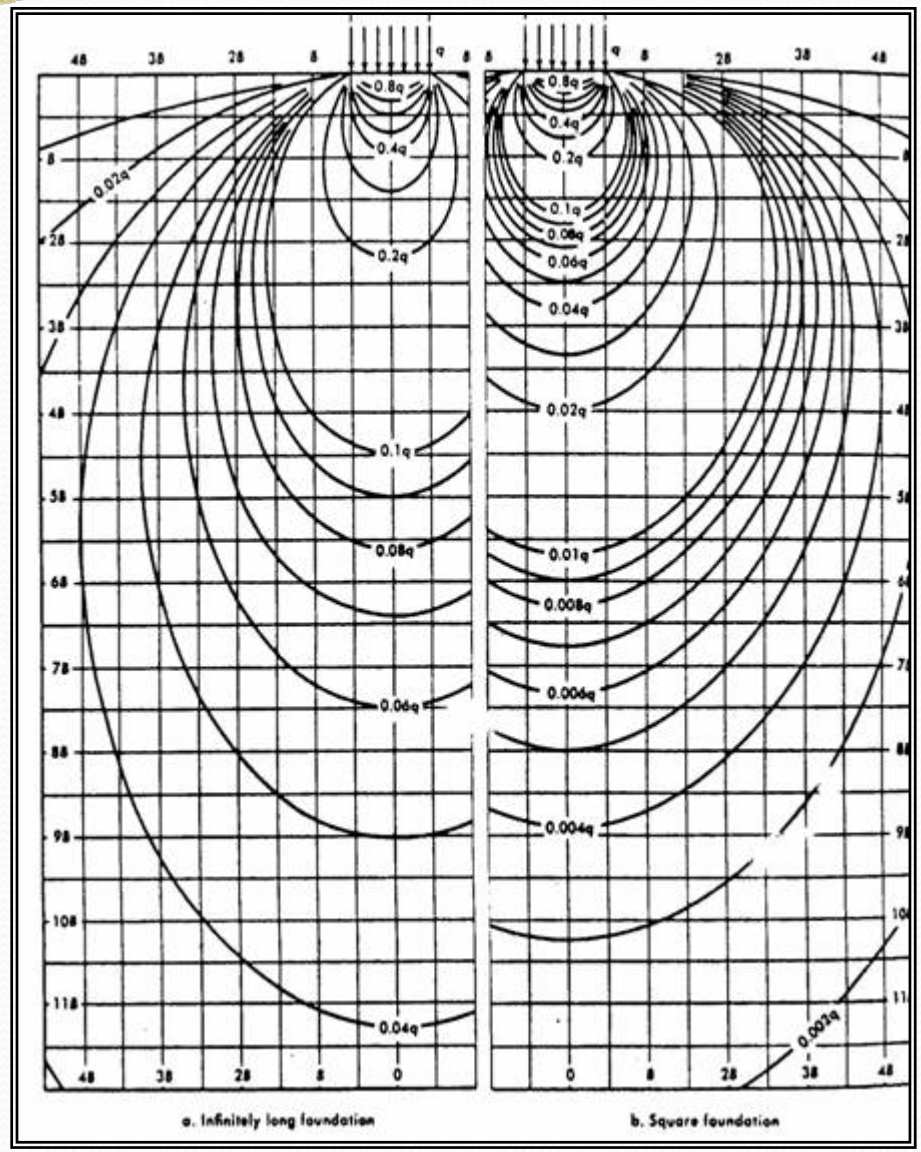
Influence factors Ir for vertical stress under a corner of a uniformly-loaded rectangular area



شكل (٦-٧) خطوط الكنتور للإجهاد بطريقة بوزبنيسيك

- **Contours of equal vertical stress beneath a foundation on a semi-infinite, homogeneous, isotrous, isotropic, elastic solid-Boussinesq analysis.**
- **Stresses are given as a proportion of the uniform surface, q:**

  distance and depths in terms of the foundation width, B



شكل (٧-٨) خطوط الكنتور للإجهاد بطريقة وسترجارد

- **Contours of equal vertical stress beneath a foundation on semi-infinite, homogeneous, thinly stratified material the Westergaad analysis.**
- **Stresses are given as a proportion of the uniform surface, q:**

  distance and depths in terms of the foundation width, B