المستوى الثاني - برنامج (احصاء وحاسب - رياضيات) - هندسة تحليلية فراغية

المستوى: الثانى المادة : هندسة تحليلية فى الفراغ البرنامج:رياضيات وإحصاء وحاسب	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور: مايو ٢٠١٠ الزمن : ساعتان التاريخ : ٢٠١٠/٦/٢٤

أجب عن الأسئلة الآتية : الدرجة: الكلية ٨٠ درجة

١- أ) اوجد طول و معادلة العمودى من النقطة $(3, 4, 0)$ على المستقيم

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-4}{-1}$$ (٦ درجات)

ب) اوجد معادلة المستوى الذى يحتوى المستقيم $x=-1+2t\ ,\ y=-1-t\ ,\ z=3+4t$

و يوازى خط تقاطع المستويين $y+z+1=0\ ,\ 2x-y+z=0$. (٦ درجات)

جـ) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة

$$x^2+y^2+z^2+7y-2z=0\ ,\ 2x+3y+4z=8$$

ثم اوجد معادلة المخروط الذي رأسه نقطة الأصل وتمر رواسمه بهذه الدائرة. (٨ درجات)

٢- أ) اثبت ان المستقيمين $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+4}{3}\ \&\ \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{-2}$

يقعان في مستو واحد واوجد معادلته. (١٠درجات)

ب) اوجد معادلات الكرات التى تمر بالدائرة $x^2+y^2+z^2=5\ \&\ x+2y+3z=3$

وتمس المستوى $4x+3y=15$ واوجد نقطة التماس. (١٠درجات)

جـ) اثبت ان السطح

$$5x^2+8y^2+5z^2-4xy-4yz-8xz+22x-16y-14z-10=0$$

هو اسطوانة دائرية قائمة محورها $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ ونصف قطرها 2 . (١٠درجات)

٣-أ) اثبت ان معادلة المستوى المماسى للمجسم $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ عند النقطة (x_0, y_0, z_0) هي

$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-\frac{zz_0}{c^2}=-1$ ثم استنتج شرط تماس المستوى $\ell x+my+nz=\rho$ لهذا

المجسم . (١٠درجات)

ب) اوجد صورة المستقيم $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ فى المستوى $x+2y+z-6=0$. (١٠درجات)

جـ) بسط المعادلة $2x^2+y^2-4xy-4yz=3$ بحذف حدود الدرجة الثانية فى متغيرين

مبينا نوع السطح الذي تمثله المعادلة. (١٠درجات)

مع التوفيق والنجاح إن شاء الله — د. عواطف شاهين

المستوى الثانى

برنامج رياضيات كاحصاء وحاسبات - تحليل حقيقى (ر ٢١١)

جامعة المنصورة	المستوى الثانى	
	برامج: رياضيات	الفصل الدراسي الثانى
كلية العلوم	احصاء وعلوم الحاسب	الزمن: ساعتين
قسم الرياضيات	المادة: تحليل حقيقى ر ٢١١	التاريخ: ١٣ / ٦ / ٢٠١٠

أجب عن الأسئلة الآتية: (٨٠ درجة)

السؤال الأول: **(١٥ درجة)**

أ) ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة وعلل إجابتك لخمسة منها:

(١) شرط ضرورى وكافى لتباعد المتسلسلة $\sum a_n$ هو ان $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L \neq 0$.

(٢) المتسلسلة المحدودة تكون مطلقة التقارب إذا كانت متتابعة المجاميع الجزئية لها مطردة الزيادة او مطردة النقصان.

(٣) إذا كانت المتتابعة $\{a_n\}$ تقاربية فإن $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

(٤) إذا كان حاصل الضرب $\prod_{n=1}^{\infty}(1+a_n)$ تقاربى فإن $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

(٥) الشرط الضرورى والغير كافى لتقارب متتابعة هو ان تكون إحدى متتابعات كوشى.

(٦) المتسلسلة الغير محدودة تكون تباعدية.

(٧) إذا كانت المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ تقاربية فإن المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_n|$ تكون تقاربية

(٨) المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} r^{n-1}$ مطلقة التقارب إذا كانت $|r|<1$.

(٩) المتسلسلة التقاربية نقطيا تكون منتظمة التقارب إذا كانت مطردة الزيادة.

(١٠) إذا كانت المتسلسلة $\sum a_n$ تباعدية فإن المتسلسلة $\sum |a_n|$ تكون تباعدية.

ب) حدد الإجابات الصحيحة لكل من العبارات الأتية: **(٧ درجات)**

(١) المتسلسلة $\sum a_n$ تكون مطلقة التقارب إذا كانت:

أ- $\sum |a_n|$ محدودة	ب- $\left\{\sum\limits_{r=1}^{n}|a_r|\right\}_{n=1}^{\infty}$ محدودة	ج- $\left\{\sum\limits_{r=1}^{n}a_r\right\}_{n=1}^{\infty}$ محدودة	د- $\sum a_n$ محدودة ومطردة النقصان

(٢) إذا كانت $\sum a_n = L \neq 0$ فإن:

أ- $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{r=1}^{n} a_r = L$	ب- $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$	ج- $\left\{\sum\limits_{r=1}^{n}a_r\right\}_{n=1}^{\infty}$ محدودة	د- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ محدودة

(٣) إذا كانت $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$ فإن:

أ- $\sum a_n$ تقاربية	ب- $\{a_n\}$ تقاربية	ج- $\prod_{n=1}^{\infty} a_n$ تباعدى	د- $\sum a_n$ تباعدية

(٤) إذا كان $f_n \xrightarrow{U} f$ على $[a,b]$ فإن:

أ- $\lim_{n\to\infty} f'_n = f'$ إذا كانت $\{f'_n\}$ موجودة على $[a,b]$	ب- $\lim_{n\to\infty} \int_a^b f'_n(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx$ إذا كانت $\{f_n\}$ قابلة للتكامل على $[a,b]$	ج- $\lim_{n\to\infty} f_n(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x),\ x_0 \in [a,b]$ إذا كانت $\{f_n\}$ متصلة على $[a,b]$

(٥) إذا كان $\limsup_{n\to\infty} s_n \le \liminf_{n\to\infty} s_n = L \neq 0$ فإن:

أ- $\{s_n\}$ تقاربية	ب- $\sum s_n$ تباعدية	ج- $\sum a_n$ تقاربية إذا كانت $s_n = \sum_{r=1}^{n} a_r$	د- $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ إذا كانت $s_n = \sum_{r=1}^{n} a_r$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

(١) أذكر مع البرهان نظرية "ليبنز" لتقارب المتسلسلات تبادلية الإشارة

(٢) أذكر مع البرهان اختبار النسبة للتقارب المطلق.

(٣) أذكر تعريف النهايات السفلى والعليا لدالة محدودة ثم حقق ذلك للدالة

$f(n) = (-1)^n + 1/n, \quad f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$.

السؤال الثالث: (أجب على ثلاثة فقط مما يأتى) (١٥ درجة)

(١) أذكر مع البرهان اختبار فايريستراس للتقارب المنتظم.

(٢) اثبت أنه إذا كانت المتسلسلة مطلقة التقارب فإنها تكون تقاربية.

(٣) اثبت أنه إذا كانت المتتابعة $\{a_n\}$ احدى متتابعات كوشى فإنها تكون تقاربية.

(٤) أذكر مع البرهان نظرية كوشى للتركيز.

السؤال الرابع:

(١) اختبر التقارب والتباعد لإثنين من المتسلسلات الاتية: (١٠ درجة)

(أ) $x + \dfrac{2^2 x^2}{2!} + \dfrac{3^3 x^3}{3!} + \dots$ (ب) $\dfrac{1^2}{2^2} + \dfrac{1^2}{2^2}\dfrac{3^2}{4^2} + \dfrac{1^2}{2^2}\dfrac{3^2}{4^2}\dfrac{5^2}{6^2} + \dots$ (ج) $\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$

(٢) أثبت أن: (١٨ درجة)

(أ) $\dfrac{1}{1+x} + \dfrac{2x}{1+x^2} + \dfrac{4x^3}{1+x^4} + \dfrac{8x^7}{1+x^8} + \dots = \dfrac{1}{1-x},\quad -1 < -\rho \le x \le \rho < 1$

(ب) $\dfrac{1}{2e} < \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2} < \dfrac{3}{2e}$ (ج) $1 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{7} + \dots$ تتقارب.

مع تمنياتى بالتوفيق – د. طاهر صلاح

المستوى الثاني - رياضيات - احصاء وحاسب
جبر خطي (1) - (ر 215)

المستوى: الثانى		**دور مايو 2010**
البرنامج: رياضيات & احصاء وعلوم حاسب		**الزمن: ساعتان**
المادة: ر215 جبر خطى 1	**كلية العلوم – قسم الرياضيات**	**التاريخ: 2010/6/15**

أجب عن الأسئلة الآتية:

[1]–أ) المجموعة $V=\{x\in R : x>0\}$ معرف عليها عمليتى جمع $\oplus$ وضرب فى ثابت $\otimes$ بالشكل التالى:

$$x\oplus y = xy \quad \& \quad \lambda\otimes x = x^{\lambda} \quad \forall\ x,y\in V,\ \lambda\in R.$$

هل V فراغ اتجاهى حقيقى؟!

ب) اعتبر المجموعتين الجزئيتين من الفراغ R^3

$W=\{(x,y,z): 2x-y+z=0\}$, $U=\{(x,y,z): x+y+z=0\}$ اثبت أن كلاً من U, W فراغ جزئى من R^3 ثم أوجد اساس وبعد الفراغ الجزئى $U\cap W$.

جـ) انقل العبارات الآتية فى ورقة الإجابة مع بيان ايها صحيح وايها خاطى مع ذكر السبب"

(1) $\dim M_{2\times3}(R)=5$.

(2) إذا كانت A مصفوفة مربعة وليست متماثلة فإنها تكون شبة متماثلة.

(3) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{5\times7}$ فإن الفراغ إنعدام المصفوفة A يكون فراغ جزئى من R^5.

(4) إذا كانت A مصفوفة مربعة غير قابلة للإنعكاس فإن إحدى قيمها الذاتية تساوى صفر.

(5) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{5\times7}$ وكان rank A = 5 فإن متجهات اعمدة A تكون معتمدة خطياً. (30 درجة)

---

[2]–أ) أوجد أساس وبعد فراغ حل النظام المتجانس $x+y+7w=0,\quad 2x+y+2z+6w=0$.

ب) اعتبر الراسم $T:R^3\to R^3$ المعرف بالقاعدة $T(x,y,z)=(x+2y+2z)(1,2,2)\quad \forall(x,y,z)\in R^3$

(1) اثبت أن T تحويل خطى. (2) أوجد أساس وبعد Ker T. (3) كم تساوى rank T, nullity T.

جـ) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{3\times3}$, $|A|=2$, أوجد قيمة: $|A\,A^t\,A^{-2}|$, $|(2A)^{-1}|$, $|3A^{-1}|$. (30 درجة)

---

[3]–أ) لتكن $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -2 & 4\end{bmatrix}$ أوجد:

(1) المعادلة الذاتية $f(\lambda)=0$ للمصفوفة A. (2) حقق أن $f(A)=O$.

(3) حول A لمصفوفة قطرية. (4) أوجد A^{-1}, A^{12} باستخدام النتائج السابقة.

ب) اثبت ان المصفوفة المتماثلة $A=\begin{bmatrix}a & c\\ c & b\end{bmatrix}$ دائما يمكن تحولها إلى مصفوفة قطرية. (20 درجة)

مع أطيب التمنيات بالنجاح ،،،،،

المستوى الثاني (رياضيات - احصاء وحاسب)
ميكانيكا (٤) (ر ٢٢٣)

جامعة المنصـــورة		الاختبـــــار النهـــائي
كليـــة العـلـــــوم		الفصل الدراسي الثاني
قســـم الرياضيـــات		دور مايو ٢٠١٠
المادة: ميكانيكا(٤)		كود المادة: ر(٢٢٣)
اليوم - التاريخ: الثلاثاء - ٢٢ /٢٠١٠/٠٦		الزمن: ساعتـان

طلاب المستوى الثاني برامج : الرياضيات – الإحصاء وعلوم الحاسب

أجب عن جميع الأسئلة الآتية: **الدرجة الكلية: ٨٠ درجة**

السـؤال الأول:

أ) جسيم مصمط منتظم الكثافة مكون من اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها h ونصف كرة نصف قطرها a. أوجد الشرط اللازم لكي يقع مركز ثقل الجسم فى نقطة داخل نصف الكرة. **(١٠ درجات)**

ب) تدور أنبوبة رفيعة مستقيمة و ملساء بسرعة زاوية منتظمة ω فى مستوى رأسى حول نقطة ثابتة O عند أحد طرفيها، وعند بدء الحركة كانت الأنبوبة فى وضع أفقي و كان بداخلها جسيم على بعد a من O و يتحرك بسرعة v فى اتجاه الأنبوبة بعيداً عن O. أثبت أن بعد الجسيم عن O بعد مضى زمن t هو

$$r = a\cosh\omega t + \left(\frac{v}{\omega} - \frac{g}{2\omega^2}\right)\sinh\omega t + \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t.$$ **(١٠ درجات)**

السـؤال الثاني:

أ) أذكر مركبات السرعة و العجلة لجسيم يتحرك فى المستوى ، بدلالة الاحداثيات الذاتية. **(٥ درجات)**

ب) ينزلق جسيم تحت تأثير الجاذبية الأرضية على سلك سيكلويدى خشن مثبت فى مستوى رأسى و رأسه إلى أسفل. إذا بدأ الجسيم فى التحرك من السكون من أحد طرفى السلك فاثبت أن سرعته عندما يصل إلى الرأس تساوى بالنسبة إلى سرعته عند نفس النقطة إذا كان السيكلويد أملساً المقدار $\sqrt{e^{-\mu\pi} - \mu^2}\,/\sqrt{1+\mu^2}$ حيث μ معامل الاحتكاك. **(١٥ درجة)**

السـؤال الثالث:

أ) يتحرك جسيم تحت تأثير عجلة مركزية جاذبة مقدارها $m\mu/r^3$. إذا قذف الجسيم من قبا على بعد a من مركز الجذب بسرعة مقدارها $\sqrt{2}$ من المرات السرعة فى دائرة نصف قطرها a فاثبت أن معادلة المسار هى $r\cos(\theta/\sqrt{2}) = a$ **(١٠ درجات)**

ب) قضيب ثقيل و منتظم طوله 2a و كتلته M يستطيع أن يدور حول طرف منه O مثبن فى مفصل حر أملس. إذا كـان القضيب فى بادىء الأمر معلقاً رأسياً أسفل O و أعطى سرعة زاوية $\sqrt{3g/a}$ حول محـور أفقـى عنـد O فاثبـت أن القضيـب سـيدور زاويـة θ فـى زمـن قـدره $t = 2\sqrt{a/3g}\,\ln\left(\sec\frac{\theta}{2} + \tan\frac{\theta}{2}\right)$ ثم عين ضغط المحور على القضيب فى أى موضع.

(١٠ درجات)

السـؤال الرابـع:

أ) أذكر مركبات السرعة و العجلة لجسيم يتحرك فى الفراغ على سطح كرة نصف قطرها a، بدلالة الاحداثيات الكروية. **(٥ درجات)**

ب) يتحرك جسيم كتلته m على السطح الداخلى الأملس لمخروط دائرى قائم محوره رأسى و رأسه إلى أسفل و نصف زاويته الرأسية تساوى α. أثبت أنه إذا كانت حركة الجسيم محصورة بين دائرتين أفقيتين ارتفاعهما فوق رأس المخروط h_1, h_2 فإن ضغط الجسيم على المخروط عندما يكون ارتفاعه h عن الرأس هو

$$R = mg\sin\alpha\left(1 + \frac{2\,h_1^2\,h_2^2}{h^3\,(h_1 + h_2)}\cot^2\alpha\right).$$ **(١٥ درجة)**

مـــع أطيـــب التمنيـــــــات بالتفـــوق،

د/ منتصـر سعفـــان

المستوى الثانى – رياضيات + احصاء وحاسب – رياضيات حيوية (٢٢٤)

المادة : رياضيات حيويه (٢٢٤) الفرقة : الثانية (رياضيات و إحصاء و حاسبات) أستاذ المادة: ا.د. على شمندى .	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور يونيو: ٢٠١٠ الزمن: ساعتان التاريخ : ١٧-٥-٢٠١٠

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الاول:

i) حول أي نقطه عاديه أوجد حل المعادلة التفاضلية :

$$(x^2-1)\frac{d^2y}{dx^2}+3x\frac{dy}{dx}+xy=0$$ (14 marks)

حيث أن $y'(0)=6$, $y(0)=4$.

ii) اذا كان المنحنى C ناتج من تقاطع مجسم القطع المكافئ $x^2+y^2+2z=16$ مع السطح $x+y=4$.
استخدم معامل لاجرانج الضربى لإيجاد اقرب و ابعد نقطه بين نقطه الأصل و المنحنى C . (13 marks)

السؤال الثانى:

a) أوجد مفكوك فورير للدالة $f(x)=x+x^2$ وذلك على الفترة $-\pi\le x\le\pi$. (13 marks)

b) ادرس وجود القيم (العظمى و الصغرى) للصورة المربعة

$$f(x,y)=2x_1^2+4x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+6x_2x_3$$. (14 marks)

السؤال الثالث :

a) إذا كانت $\begin{cases}x=f_2(t)\\ y=g_2(t)\end{cases}$, $\begin{cases}x=f_1(t)\\ y=g_1(t)\end{cases}$ حلول لمجموعه المعادلات التفاضلية

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=a_{11}(t)x+a_{12}(t)y\\[2mm] \dfrac{dy}{dt}=a_{21}(t)x+a_{22}(t)y\end{cases}$$

و كانت $w(t)=\begin{vmatrix}f_1(t) & f_2(t)\\ g_1(t) & g_2(t)\end{vmatrix}$. أثبت أن

$$\frac{dw(t)}{dt}=[a_{11}(t)+a_{22}(t)]w(t)$$ (12 marks)

b) استخدم طريقه المصفوفات لإيجاد حل المعادلة التفاضلية الاتجاهية :

$$\frac{dX}{dt}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -3 & 1\end{pmatrix}X.$$ (14 marks)

المستوى الثاني

برنامج احصاء حاسب - رياضيات (مقدمة في الاحصاء والاحتمالات) ٣١

الفصل الدراسي الثاني – دور مايو 2010م الفرقة:الثانية الشعبة: برنامج رياضيات التاريخ: 20 / 6 /2010 الزمن: ساعتان		جامعة المنصورة كلية العلوم قسم الرياضيات المادة: مقدمة في الإحصاء و الاحتمالات الدرجة الكلية : 80 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:-

السؤال الأول:- (30 درجة)

أ- الجدول التكراري التالي يمثل تقديرات 50 طالبا في إحدى المواد

التقدير	A	B	C	D	F
عدد الطلاب	5	10	20	9	6

مثل هذه البيانات بيانيا باستخدام الرسوم الدائرية (10 درجات)

ب- فيما يلي بيانات عن الوزن (X) و الطول (Y) لمجموعة من 120 عاملا تم اختيارهم من أحد المصانع

X	50 -	55-	60-	65-	70-	75-	80-
عدد العمال	8	12	20	30	25	15	10

Y	150-	155-	160-	165-	170-	175-	180-
عدد العمال	12	15	20	25	18	17	13

قارن بين

1- تجانس الوزن وتجانس الطول . 2- التواء التوزيع التكراري لكل من الوزن و الطول (20 درجة)

السؤال الثاني:- (20 درجة)

عدد البكتريا Y في وحدة حجم في مزرعة عند نهاية زمن t ساعة وجد كما يلي

t	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	52	84	76	95	114	130	158	187

وفق أفضل منحنى على الصورة $Y = a(10)^{bt}$

السؤال الثالث:- (18 درجة)

أ- ثلاثة صناديق تحتوى على كرات ملونة على النحو التالي

	I	II	III
حمراء	2	4	3
بيضاء	3	1	4
زرقاء	5	3	3

اختير صندوق عشوائيا و سحبت منه كرة. إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء ما هو احتمال أن تكون من الصندوق II ؟ (12 درجة)

ب- إذا كان A, B حوادث مستقلة . أثبت أن $\overline{A}$, $\overline{B}$ حوادث مستقلة. (6 درجات)

السؤال الرابع:- **(12 درجة)**

متغير عشوائى X له دالة الكثافة

$$f(x)=\begin{cases} c\,x^2 & -1<x<1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

أ- أوجد قيمة الثابت c

ب- أوجد دالة التوزيع $F(x)$

ج- احسب قيمة الاحتمالات $P(X=0.5),\quad P(-1<X\le 0.5)$

د- أوجد قيمة التباين للمتغير X.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق   أ.د. محمود ياسين