المستوى الثالث - احصاء وحاسب - نظرية الاحتمالات (1) ٢٣٧/
رياضيات

Mansoura University	**Final exam 1_st term**	**Subject. Prob.theory (1)**
Faculty of Science	**Time : 2 hours**	**Code : 331 math**
Math. Dept	**2010-2011**	**Date : 26/1/2011**
Programs: Math.& Stat. and Computer Sci.		**Total degree:80 mark**

Answer the following questions

Q1:(30 mark)

Suppose the joint pdf of lifetime of a certain part and a spare is given by

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & x>0, y>0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Find each of the following

a) The joint CDF, $F(x,y)$

b) $P(X>2)$

c) $P(X<Y)$

d) $P(X+Y>2)$

e) Are X and Y independent ?

f) $P(X \le 10 / Y=5)$

Q2: (25 mark)

a) If X and Y are jointly distributed random variables, then show that $Var(Y)=E(Var(Y/x))+Var(E(Y/x))$

b) If $(X,Y) \sim MULT(n, p_1, p_2)$, then find

(i) Probability density function of X.

(ii) $E(Y/x)$

(iii) The correlation coefficient ρ between X and Y.

Q3: (25 mark)

a) Let $X_1, X_2, ..., X_n$ be independent normally distributed random variables $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$. Define $Y_n = \sqrt{n}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma}$ where $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Show that Y_n converges in distribution to standard normal random variable.

b) Let the joint pdf of X_1 and X_2 be

$f(x_1, x_2)=e^{-(x_1+x_2)} \qquad x_1>0, x_2>0$.

Obtain the pdf of X_1+X_2.

Good Luck

٢ رياضيات - تحليل مركب ، ر٢١٢

الفصل الدراسى الأول ٢٠١١ الزمن: ساعتان التاريخ: ٢٠١١/١/١٠		المستوى: الثالث البرنامج: الرياضيات إسم المقرر: تحليل مركب – ر٣١٢

Answer the following questions:

1- a. Define: $\varepsilon-\text{ngh.}$ of z_0, analytic function at z_0, simple closed contour. (4 Marks)

b. Prove that $\cos 5\theta = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta(1-\cos^2\theta) + 5\cos\theta(1-\cos^2\theta)^2$. (8 Marks)

c. Prove that $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$. (8 Marks)

2- a. State and prove the necessary C.R.E's for a function w = f(z) to be differentiable at $z = z_0$. (8 Marks)

b. Prove that $f(z) = e^{kz}$ (k constant) is an entire function. (8 Marks)

c. Prove that $f(z) = |z|^2$ is not analytic function. (4 Marks)

3- a. Show that $u(x,y) = x^2 - 3xy^2$ is harmonic function and find a harmonic conjugate $v(x,y)$ so that $f(z) = u + iv$ is analytic. (6 Marks)

b. Define simply connected domain. Prove that if w = f(z) is analytic on and in C_+. Let z_0 be a point in the interior of C. Then prove that $f(z_0) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{C_+} \frac{f(z)}{z-z_0}dz$. (7 Marks)

c. Evaluate $\displaystyle\int_{C_+} \frac{dz}{(z-2)^2 z^3}$, $C_+ : z = 1 + 3e^{i\theta}, \theta \in [0,2\pi]$. (7 Marks)

4- a. Evaluate $\displaystyle\int_{C_+} \frac{e^{i\pi z}}{2z^2 - 5z + 2}dz$, $C_+ : |z| = 1$. (6 Marks)

b. Find Macalrin expansion for $f(z) = \ell n\left(\dfrac{1+z}{1-z}\right)$. (7 Marks)

c. Find Laurent expansion for $f(z) = \dfrac{1}{(z+1)(z+2)}$ in powers of z – 1. (7 Marks)

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح

الممتحن: أ.د. محمد كمال عبد السلام عوف

٢ رياضيات - تحليل مركب ر٣١٢

الفصل الدراسى الأول ٢٠١١		المستوى: الثالث
الزمن: ساعتان		البرنامج: الرياضيات
التاريخ: ٢٠١١/١/١٠		إسم المقرر: تحليل مركب – ر٣١٢

Answer the following questions:

1- a. Define: $\varepsilon -$ngh. of z_0, analytic function at z_0, simple closed contour. (4 Marks)

b. Prove that $\cos 5\theta = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta(1-\cos^2\theta) + 5\cos\theta(1-\cos^2\theta)^2$. (8 Marks)

c. Prove that $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$. (8 Marks)

2- a. State and prove the necessary C.R.E's for a function w = f(z) to be differentiable at $z = z_0$. (8 Marks)

b. Prove that $f(z) = e^{kz}$ (k constant) is an entire function. (8 Marks)

c. Prove that $f(z) = |z|^2$ is not analytic function. (4 Marks)

3- a. Show that $u(x,y) = x^2 - 3xy^2$ is harmonic function and find a harmonic conjugate $v(x,y)$ so that $f(z) = u + iv$ is analytic. (6 Marks)

b. Define simply connected domain. Prove that if w = f(z) is analytic on and in C_+. Let z_0 be a point in the interior of C. Then prove that

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i}\int_{C_+}\frac{f(z)}{z-z_0}dz .$$ (7 Marks)

c. Evaluate $\displaystyle\int_{C_+}\frac{dz}{(z-2)^2 z^3}$, $C_+ : z = 1 + 3e^{i\theta}, \theta \in [0,2\pi]$. (7 Marks)

4- a. Evaluate $\displaystyle\int_{C_+}\frac{e^{i\pi z}}{2z^2 - 5z + 2}dz$, $C_+ : |z| = 1$. (6 Marks)

b. Find Macalrin expansion for $f(z) = \ell n\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$. (7 Marks)

c. Find Laurent expansion for $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+2)}$ in powers of z – 1. (7 Marks)

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح

الممتحن: أ.د. محمد كمال عبد السلام عوف

المستوى الثالث - رياضيات - جبر مجرد (٢) (٣١٥)

المستوى: الثالث البرنامج: رياضيات المقرر: ر٣١٥ جبر مجرد (٢)	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور : يناير ٢٠١١ الزمن : ساعتان التاريخ :١٧/١/٢٠١١

أجب عن الأسئلة الآتية: (كل سؤال ٢٠ درجة)

[١]-أ) أثبت أن حلقة الأعداد الصحيحة $(Z, +, .)$ حلقة إديالات أساسية.

ب) اذكر نظريات سيلو الثلاثة واثبت أن أى زمرة برتبة P^m ليست بسيطة.

جـ) اثبت أن أي حقل ليس به قواسم للصفر واستنتج من ذلك انه إذا كانت $(Z_n, +_n, x_n)$ حقلا فإن n تكون عددا أوليا.

[٢]-أ) أثبت أن الإديال I من الحلقة الإبدالية R يكون إديال أولى فقط وفقط عندما تكون R/I مجال صحيح.

ب) أوجد:- ١- وحدات الحلقات: $Q[\sqrt{2}],\ Z \times Z,\ R[x]$.

٢- قواسم الصفر فى الحلقات: $Z_2 \times Z_3,\ Z_7,\ Z_{10}$

٣- أصفار كثيرة الحدود: $f(x) = x^2 + 3x + 2 \in Z_5[x]$ فى الحلقة Z_5.

٤- فصول التكافؤ بالنسبة لعلاقة ~ على الحلقة $(Z_{12}, +_{12}, x_{12})$.

٥- حلقة جزئية من الحلقة $(Z[i], +, .)$.

[٣]-أ) اثبت أنه إذا كانت R', R حلقتين وكان $f: R \to R'$ هيمومورفيزم فإن $R/\ker f \cong \operatorname{Im}(f)$.

ب) أثبت أن الحقل لا يحتوى على إديالات فعلية.

جـ) اثبت أن كل إديال أعظم هو إديال أولى واذكر مثال يوضح أن العكس ليس صحيحا.

[٤]-أ) إنقل العبارات الآتية فى ورقة الإجابة مع بيان أيها صحيح وأيها خاطىء. إذكر مثالاً فى حالة العبارة الخطأ. اثبت واحدة من العبارات الصحيحة:

١- إذا كانت R حلقة مع صفة جبرية ما فإن الحلقة $R[x]$ لها نفس الصفة الجبرية تماما مثل الحلقة R.

٢- فى المجال الصحيح R كل عنصر أولى يكون غير قابل للتحليل.

٣- العنصر 2 غير قابل للتحليل فى الحلقة $(Z, +, .)$ وقابل للتحليل فى الحلقة $(Z[i], +, .)$.

٤- $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}; a, b \in Z \right\}$ إديال فى الحلقة $(M_{2\times 2}(R), +, .)$.

٥- إذا كان $f: R_1 \to R_2$ هيمومورفيزم بين الحلقتين R_2, R_1 فإن $\ker f \nabla R_1$.

ب) أوجد حقل القسمة للمجال الصحيح $(Z[i], +, .)$ حيث $z[i] = \{a + ib; a, b \in z\}$.

جـ) اثبن أن تقاطع الإديالات فى أى حلقة R يكون إديال فيها - ماذا عن الاتحاد؟

مع أطيب التمنيات بالنجاح د. سعاد السواح

جامعة المنصورة	المستوى الثالث	الفصل الدراسي الأول
كلية العلوم	الشعبة: رياضيات	الزمن: ساعتان
قسم الرياضيات	المادة: توبولوجي (١)	التاريخ: ١٩ – ١- ٢٠١١

<u>Answer the following questions:</u> (80 Marks)

(1)

a) Let (X,τ) be a topological space and $A, B \subseteq X$. Prove that:

(i) If A is a closed set, then A' is closed, (ii) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

b) Prove that the mapping $f: (X,\tau) \to (Y,\delta)$ is continuous iff $\overline{f^{-1}(B)} \subseteq f^{-1}(\bar{B}), \forall B \subseteq Y$.

---

(2)

a) Show that the co-finite topological space is compact, but not Hausdorff.

b) Prove that the regularity is a hereditary property.

---

(3)

a) Let (X,τ) be a topological space and $A \subseteq X$. Show that A is a dense iff $A^c \subseteq A'$.

b) Prove that the compactness is a topological property.

---

(4)

a) Prove that the topological space (X,τ) is regular iff $\forall x \epsilon X, \forall G \epsilon \tau$ such that $x \in G$, $\exists V \epsilon \tau$ such that $x \in V \subseteq \bar{V} \subseteq G$.

b) Show that the family $\{[a,\infty), (-\infty, b): a, b \epsilon R\}$ is a subbase for a topology on the set R of the real numbers. If $A = [2,4)$ and $B = [7,\infty)$, find $b(A), b(B)$ and also, $ext(B)$.

With Best Wishes

المستوى الثالث - الرياضيات - ميكانيكا تحليلية - (ر ٣٢٦)

جامعة المنصورة	المستوى الثالث	الفصل الأول
كلية العلوم	شعبة رياضيات	٢٢ يناير ٢٠١١
قسم الرياضيات	المادة: ميكانيكا تحليلية	الزمن: ساعتان
	ر ٣٢٦	

أجب عن الأسئلة التالية:

١- أ) اذكر شروط تطبيق ميكانيكا لاجرانج على المنظومة الميكانيكية.

ب) منظومة لها دالة لاجرانج $L=\frac{1}{2}\dot{v}^2+v\dot{u}\dot{v}+v\dot{u}-av^2$ حيث a ثابت، أوجد لهذه المنظومة (طالما أمكن):

ب١) تكاملين أولين للحركة مسميا كلا منهما.

ب٢) دالة هاملتون.

ب٣) دالة راوث.

ب٤) الإحداثيين u,v بدلالة الزمن.

٢- جسيم كتلته الوحدة يتحرك فى المستوى تحت تأثير قوة دالة جهدها

$$V=\frac{A}{r_1 r_2}+B(x^2+y^2)$$

حيث A,B ثوابت حقيقية، r_1 , r_2 هما بعدا الجسيم عن نقطتين ثابتتين على محور x . أثبت أن المنظومة تتحول إلى منظومة ليوفيل فى الإحداثيات الناقصية وبين كيفية حل مسألة الحركة بفصل المتغيرات .

٣- أ) اذكر مبدأ هاملتون محددا شروط تطبيقه على المنظومة الميكانيكية

ب) أوجد الشكل الذى تأخذه كتينة ثقيلة موضوعة على سطح أملس نصف كروى قاعدته أفقية وطرفا الكتينة مثبتان فى نقطتين من السطح الذى تستند الكتينة بكاملها عليه.

٤- أوجد باستخدام مبدأ موبرتوى معادلة المسارات الممكنة لجسيم كتلته الوحدة فى المستوى يتحرك بطاقة E فى مجال جذب مركز نيوتونى جهده $V=-\frac{\mu}{r}$.

أستاذ المادة: أ. د./ حمد حلمى يحيى

مستوى الثالث - رياضيات - نظرية القياس
احصاء/حاسب

الفرقة: الثالثة الشعبة: رياضيات – احصاء وعلوم حاسب المادة: نظرية القياس	كلية العلـــوم - قسم الرياضيات	دور يناير ٢٠١١ الزمن: ساعتان التاريخ: ٢٠١١/١/٢٨

Answer 3 questions **Every Question 26 Marks**

[1]- Consider the sequence of functions $\{d_n\}$ over the interval $E = [0,1]$

$$d_n = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x \in \{r_n\} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

where $\{r_n\}$ is the set of the first n elements of some decided upon enumeration of the rational numbers.

(i) Find the limit of $d_n(x)$

(ii) Find the integration of $\int_0^1 d_n(x)dx$ and then $\mathrm{Lim}\int_0^1 d_n(x)dx$

(iii) Deduce that the space of Rieman integrable functions is not complete

(iv) Prove that every $d_n(x)$ is a measurable function

[2]- Suppose $f(x) = 1$ if $x \in A$ and zero otherwise. Prove that f is measurable if and only if A is in the σ – algebra

(ii) Suppose X is the real line with the Borel- σ – algebra and $f(x) = x$. Then f is measurable

(iii) Suppose $S(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i \chi_{E_i}(x)$ simple function for real a_i and measurable sets E_i.

Define Lebesuge integral of S. If $f \geq 0$ is a measurable function such that $0 \leq S \leq f$. Find $L\int f dm$.

State any formalism of "axiom of choice"

(i) Find the choice function for the set of negative integers

(ii) How many distincit choice functions are for a set of three elements.

(iii) Let x be a set and $\{E_n\}$ a sequence of sets such that $E_n \subset X$ for any n. Prove that

$$X \setminus \overline{\mathrm{Lim}}_n E_n = \underline{\mathrm{Lim}}(X \setminus E_n)$$

(iv) Give an example of a sequence of sets E_n for which $\underline{\mathrm{Lim}} E_n \neq \overline{\mathrm{Lim}} E_n$