المستوى الثالث - رياضيات - نظرية إحصائية (١) ، ٣٣٣ر

Mansoura University | **Exam : May 2011**
Faculty of Science | **Time : 2 hours**
Math. Dept. | **3^{th}-year (*Math.*)**
Statistical Theory (1)- (333 ر) | Date: 2 / 7 / 2011

Answer the following questions: (Total: 80 Marks)

[1] a- A sample of size 80 from the production of a factory yields 5 defective items. Find 99% confidence interval for the proportion of the defective items produced by this factory. (8 Marks)

b- If $X_1, X_2, \cdots, X_n$ is a random sample of independent random variables from a normal population of mean μ and variance σ^2. (12 Marks)

(i) Prove that $I_{SA}(\mu) = n/\sigma^2$, (The information function of the sample).

(ii) If $\overline{X}$ is an estimator of μ, determine $I_{\overline{X}}(\mu)$ and hence show that $\overline{X}$ is the best unbiased estimator of μ. (8 Marks)

[2] a- Given two random sample of size $n_1 = 10$ and $n_2 = 15$ from two independent normal populations with $\overline{X}_1 = 75$, $\overline{X}_2 = 60$, $S_1 = 6$ and $S_2 = 5.2$.

i) Test the hypothesis that the mean of the first sample exceeds that of the second by one at the level of significance 0.01, where the population variances are equal. Assuming that the mean of the two populations are equal with standard deviations are known to be one, find

ii) $P(\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \geq 1)$. (12 Marks)

b- A random sample of size n is drawn from $N(\sigma, \mu^2)$. Find the maximum likelihood estimators for the two parameters μ and σ^2. (8 Marks)

[3] a- Show that $S^2 = (1/n)\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ is biased estimator σ^2, using this determine an unbiased estimator σ^2. (10 Marks)

b- Seven plants of wheat grown in pots and given a standard fertilizer treatment yield respectively 8.2, 4.4, 4, 6.3, 4.7, 11 and 9.7 gram dry weight of seed. A further eight plants form the same source are grown in similar conditions, but with a different fertilizer and yield respectively 12.5, 7.3, 10.6, 8.2, 13, 6.4, 9 and 13.2 g. Construct a 99% confidence interval for the difference of means of the two populations (with unknown equal variances) weights of seed production. (10 Marks)

[4] a- If X is a binomial random variable with parameters (n, θ), having a prior distribution of the parameter θ, which is a Beta distribution with parameters α, β. Show that the posterior distribution of θ (given that $X = x$) is a Beta distribution with parameters $(x+\alpha)$ and $(n-x+\beta)$, and hence find its mean. (8 Marks)

اقلب الورقة من فضلك

b- If $X_1, X_2, \cdots, X_n$ is a random sample of independent random variables from a Poisson distribution of mean θ and variance θ . (12 Marks)

(i) Find $I_{SA}(\theta)$ (The information function of the sample).

(ii) If $Y = \sum_{1}^{n} X_i$ is an estimator of θ , determine $I_Y(\theta)$ and hence show if Y is a sufficient estimator of θ or not.

Note that: $P(0 \le z \le 3.16) = 0.4992$, $P(0 \le z \le 2.34) = 0.4904$,
$(z_{0.005} = 2.58, z_{0.01} = 3.32,\ t_{8,0.025} = 1.860,\ t_{8,0.05} = 1.46, t_{13,0.005} = 3.012, t_{23,0.01} = 2.500)$

تمنياتى بالتوفيق.

د. بيه الدسوقى

المستوى الثالث رياضيات - الدوال الخاصة (ر ٣٤٤)
احصاء وحاسب

الفرقة: الثالثة برنامج: الرياضيات & الإحصاء وعلوم الحاسب المقرر: دوال خاصة	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور يونيو ٢٠١١ الزمن: ساعتان التاريخ: ٢٠١١/٦/٢٨

أجب عما يأتى:

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

(i) اثبت أن : $\Gamma''(x)=\int_0^{\infty} e^{-t}t^{x-1}(\ln t)^2\,dt$ (ii) احسب $\Gamma(-\frac{3}{2})$

(iii) احسب التكامل $\int_0^{\infty} 2x^2 e^{-2x}\cosh x\,dx$

(iv) عرف دالة بيتا باستخدام الدوال المثلثية ومن ثم اثبت أن: $\beta(x,x)=2^{1-2x}\beta(x,\frac{1}{2}),\quad x>0$

السؤال الثانى: (٢٠ درجة)

(i) اثبت أن: $\int_0^{\infty} x^{-\frac{3}{2}} J_{5/2}(x)\,dx=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{\cos x}{x^2}-\frac{\sin x}{x^3}\right)+c$

(ii) اثبت أن: $y=\sqrt{x}\,J_{3/2}(x)$ حل للمعادلة $x^2y''+(x^2-2)y=0$.

(iii) اثبت أن: $\frac{d}{dx}\left\{x^n I_n(x)\right\}=x^n I_{n-1}(x)$

السؤال الثالث: (٢٠ درجة)

(i) اثبت أنه لأى دالة $f(x)$ أن $\int_{-1}^{1} f(x)P_n(x)\,dx=\frac{(-1)^n}{2^n n!}\int_{-1}^{1}(x^2-1)^n f'^n(x)\,dx$.

(ii) عبر عن الدالة $f(x)=3x^2+5x$ بدلالة كثيرات حدود لاجندر.

(iii) اثبت أن : $H_n(x)=(-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$

السؤال ~~الثالث~~ الرابع: (٢٠ درجة)

(i) اثبت أن : $J_n(x)=\frac{x^n}{2^n n!}\,{}_0F_1\left(n+1;\frac{-x^2}{4}\right)$ (ii) $nL_n'(x)=nL_n(x)-nL_{n-1}(x)$ ✗

(iii) اثبت أن : $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}H_m(x)H_n(x)\,dx=\begin{cases}0, & m\neq n\\ 2^n n!\sqrt{\pi}, & m=n\end{cases}$

مع أطيب التمنيات بالنجاح

د/ مجدى برسوم

المستوى الثالث - نظرية المرونة
٣٢٢ ر

المستوى الثالث		الفصل الدراسي السادس ٢٠١١
البرنامج : رياضيات		الزمن : ساعتان
المقرر : نظرية المرونة ر ٣٢٢	كلية العلوم – المنصورة	التاريخ: ٢٠١١/٦/٢٥

أجب عن الأسئلة الآتية : **الدرجة الكلية ٨٠ درجة**

السؤال الأول : أكمل الجمل الآتية : (٢٠ درجة)

١- المجال الإجهادى عند نقطة ما يتحدد تماماً بمعرفة .... على ثلاث مساحات ....

٢- يتماثل ممتد الإجهاد إذا كان ....

٣- لكي تعبر مركبات الإجهاد عن اجهادات حقيقية داخل الجسم القابل للتشكل فإنها يجب أن تحقق......... بينما مركبات الانفعال ε_{ij} كى تعبر عن انفعالات حقيقية داخل الجسم فإنها يجب أن تحقق.....................

٤- المحاور الأساسية للإجهاد هي المحاور.....................................

٥- يعرف المجال العمودى البحت بأنه.................. بينما المجال الاجهادى المستوى يعرف بأنه ....

٦- الممتد الكروى للإجهاد هو المسئول عن .... بينما متدد الانبعاج يعبر عن ....

٧- يقصد بالانفعالات الصغيرة للجسم القابل للتشكيل بإنها ....

٨- مركبة الانفعال ε_{zz} يعرف معناها الطبيعي بـــ..........بينما ε_{xy} يعرف بأنها.................

٩- معامل التمدد الحجمى يعرف بأنه...

١٠- يعرف الجسم المتجانس وسوى الخواص بأنه الجسم الذي تكون.............. بينما الجسم الغير متجانس وغير سوى الخواص ....

السؤال الثانى: (أ) أوجد معادلات الاتزان للجسم القابل للتشكل ؟ (٨ درجات)

(ب) عند نقطة ما داخل وسط قابل للتشكل حسبت مركبات ممتد الإجهاد وكان
$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

أوجد المركبات الأساسية للإجهاد وكذلك المحاور الأساسية عند هذه النقطة. (١٢ درجة)

السؤال الثالث: (أ) إذا أعطيت مركبات متجه الإزاحة فى وسط قابل لتشكل كما يأتى: (١٠ درجات)

$$u = \frac{1}{2E}\left[z^2 + \nu(x^2 - y^2)\right], \qquad v = \frac{\nu}{E}xy, \qquad w = -\frac{1}{E}xz$$

حيث E, ν مقادير ثابتة أوجد مركبات ممتد الانفعال واثبت أنها تعبر عن حالة واقعية فى الجسم القابل للتشكل.

(ب) اثبت أن معامل التمدد الحجمى θ يكون دالة توافقية. (١٠ درجات)

السؤال الرابع: (٢٠ درجة)

كمرة منشورية مثبته من نهايتها العلوية وحورها oz تقع تحت تأثير وزنها وقوة $\underline{F}$ تؤثر علـى نهايتهـا السفلية فى اتجاه oz أوجد مركبات الاجهاد – مركبات ممتد الانفعال – متجه الازاحة داخل هذه الكمرة.

٣ رياضيات - الكتروديناميكا / (ر/٣٢١)

المستوى: الثالث البرنامج: رياضيات المقرر: الكتروديناميكا	كلية العلوم – قسم الرياضيات	الدور الثاني يونيو ٢٠١١ الزمن: ساعتان التاريخ : /٢٠١١/٦

Answer the following questions:

1) **a- prove that is curl** $\underline{E} = \underline{0}$,ii) $\text{di}\upsilon(\underline{E}) = 2\pi\rho$ (10 marks)

b- A uniformly charged sphere has a total charge Q. find the electric field and the potential everywhere. (10 marks)

---

2) **A charge Q is placed outside a grounded sphere of radius R. use the method of images to obtain the potential and the electric fields outside the sphere. Find the charge density induced on the sphere. Find, also , the mutual force between the change and the sphere.** (20 marks)

---

3) **a- Use the method of separation of variables to obtain the general solution of the axisymmetric Laplace's equation.** (10 marks)

b- A dielectric cylinder of radius R and dielectric constant $\in$ **is place in a uniform electric field** $\underline{E}$ **. find the potential everywhere.** (10 marks)

---

4) **Show that the force on a charge distribution can be obtained by the outface integral** $\underline{F} = \int_s \underline{T}.\underline{n}\,dA$,

where $\underline{T}$ **is the electrostatic tensor and** $\underline{n}$ **is the unit normal to the surface of the distributions. Using this formula, or by any other means, find the electrostatic force applied by one half of a uniformly changed aphere on the other half. (Assume that the total change is Q)** (20 marks)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

د/ محمود حمدي

المستوى الثالث - الرياضيات + احصاء وحاسب - ر٣١٨ المعادلات التكاملية

بسم الله الرحمن الرحيم

Faculty of Science
Mathematics Department.

المستوى الثالث
برنامجى الرياضيات +الإحصاء وعلوم الحاسب
المقرر المعادلات التكاملية ر318

Second Term
June 2011
Time : 2 hours
Full mark : 80

1 – a) Show that solution of the following integral equation

$$\int_0^x (x-t)e^{\lambda(x-t)}\phi(t)dt = f(x),$$

is $\phi(t) = f''(x) - 2\lambda f'(x) + \lambda^2 f(x)$. *(10 Marks)*

b)- Show that $\mathcal{L}\left\{\int_0^x K(x-t)\phi(t)dt\right\} = \mathcal{L}\{K(x)\}\,\mathcal{L}\{\phi(x)\}$

where $\mathcal{L}$ is the Laplace transform operator. *(10 Marks)*

2 – Use the method of Fredholm's determinants to solve the following integral equation.

$$\phi(x) = x + \int_0^1 \left(x^2 t - t^2 x\right)\phi(t)dt .$$

(20 Marks)

3- Solve the following integral equation

$$\phi(x) = (ae)^x + \int_0^x a^{x-t}\phi(t)dt .$$

(20 Marks)

4 - Find the characteristic numbers and Eigen functions for the following integral equation with degenerate kernel

$$\phi(x) = \lambda\int_0^1 K(x,t)\phi(t)dt \quad , \quad K(x,t) = \begin{cases} -e^{-t}\sinh(x) & 0 < x < t \\ -e^{-x}\sinh(t) & t < x < 1 \end{cases}$$

(20 Marks)

Best Wishes *Professor Mohamed N Allam*

المستوى الثالث - رياضيات ر ٣١٧ جبر مجرد (٣)

Mansoura University Faculty of Science Math. Dept. Final Exam. Jun 2011 Time : Two hours	كلية العلوم – قسم الرياضيات	Subject: 317 m Abstract algebra (3) 3^{th} Year Math.

Answer the following questions: **Total (80 Marks)**

[1] i) Define four only of the following : (20 Marks)

principal ideal domain (PID), Euclidean domain (ED), Unique factorization domain (UFD), irreducible polynomial, prime element.

ii) Prove that, every pair of non-zero elements a,b of PID R has g.c.d d=(a,b) , Moreover $d = \lambda a + \mu b$ for λ, μ in R.

iii) In domain Z, for a=382, b=26 , find d, λ and μ.

[2] a) Find : (20 Marks)

i) The zeros of $x^4 + 3x^3 + 2x + 4$ in $Z_5[x]$.

ii) The solutions of $6x \equiv 8 (\bmod 12)$.

iii) The remainder of 8^{103} when divided by 13.

iv) The sum and product of the polynomials $f(x) = 3x^3 + 2x + 1$ and $g(x) = 2x^3 + 4x^2 + x$ over the ring Z_5.

b) Show that: If F is a field, then the nonzero ideal <p(x)> of F[x] is maximal iff p(x) is irreducible polynomial over F.

[3] a) Prove two only : (20 Marks)

i) Every PID is a UFD.

ii) $Z[i] = \{a + ib | a, b \in Z\}$ is a PID

iii) If F is a field, then F[x] is a UFD

b) Find the units of : $Z_7[x]$, $Z_6[x]$.

c) Is $4x^2 + 3x + 2$ primitive in Z[x].

[4] a) Mark true or false : (20 Marks)

i) $x^4 - 2x^2 + 8x + 1$ is irreducible over Q.

ii) $a^{p-1} \equiv 1$ (mod p) for all integers a and prime p.

iii) Every congruence $ax \equiv b$ (mod p), where p is a prime has a solution.

iv) If R is a ring with zero divisors, then so is R[x].

v) If R is a ring, and f(x) , g(x) are of degrees 3 and 4 respectively, then f(x)g(x) may be of degree 8 in R[x].

vi) $Z_5[x]/ < x^2 + 3 >$ is a field.

vii) Every maximal ideal of every abeliean ring with unity is a prime ideal.

viii) Every UFD is a PID.

b) Solve the congruence $15x \equiv 27$ (mod 18).

د/ سعاد السواح

مع أطيب التمنيات بالنجاح

٣ رياضيات ـ جبر خطى ٢ ر ٣١٠

المستوى: الثالث البرنامج: رياضيات المقرر: ر ٣١٠ جبر خطى ٢	كلية العلـــوم - قسم الرياضيات	دور يونيو ٢٠١١ الزمن: ساعتان التاريخ: ١٨/ ٦/ ٢٠١١

أجب عن الأسئلة الآتية: **(الدرجة الكلية ٨٠ درجة)**

السؤال الأول: **(٢٥ درجة)**

أ) عرف فضاء الضرب الداخلي V ثم اثبت أن: $|<u,v>| \le \|u\|\,\|v\| \quad \forall\, u,v \in V$.

ب) اثبت أن $<f,g> = \int_0^1 f(x)g(x)\,dx$ تعرف ضرب داخلي على الفراغ $C[0,1]$ ثم أوجد:

$$\|x^2\|, \qquad <1,e^x>, \qquad d(x,x^2-1)$$

جـ) استخدم طريقة جرام شميدت لتعين أساس عياري متعامد لفراغ حل النظام المتجانس:

$$x_1 + x_2 + 7x_4 = 0$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0$$

السؤال الثاني: **(٢٥ درجة)**

أ) لآي متجهين $u, v \ne 0$ من فراغ ضرب داخلي V. اثبت أن $<u-bv,(b-c)v> = 0$ إذا كان $b = \dfrac{<u,v>}{<v,v>},\ b \ne c$ ثم استنتج من ذلك أن $d(u,bv) < d(u,cv)$.

ب) عين قاعدة التحويل الخطى $T: R^3 \to R^2$ الذي يحقق

$T(1,1,0) = (1,2),\ T(1,0,1) = (-1,1),\ T(0,1,1) = (2,3)$ ثم أوجد $T(1,2,-1)$

جـ) عرف المصفوفتين المتشابهتين ثم اثبت انه إذا كانت مصفوفة B تشابه مصفوفة A فان A, B لهما نفس القيم الذاتية.

السؤال الثالث: **(٣٠ درجة)**

أ)(١) لـــيكن V_F, W_F فـــراغين محـــدودي البعـــد حيـــث $\dim V_F = m,\ \dim W_F = n$، ولـــيكن $Hom(V_F, W_F)$ فئة كل التحويلات الخطيـــة مـــن الفـــراغ V_F إلـــى الفـــراغ W_F اثبـــت أن: $Hom(V_F, W_F)$ فراغ اتجاهي.

(٢) عرف الفراغ V_F^* للفراغ V_F. استنتج $\dim V_F^*$ علما بان $\dim Hom(V_F, W_F) = mn$.

ب) أوجد مصفوفة عمودية P تحول إلى الصورة القطرية المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

مع أطيب التمنيات بالنجاح