المادة : رياضيات حيوية (٢٢٤) الفرقة : الثانية (رياضيات و إحصاء و حاسبات) أستاذ المادة: ا.د. على شمندى . رياضيات واحصاء حاسب - رياضيات حيوية ٢٢٤	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور مايو: ٢٠١٢ الزمن: ساعتان التاريخ : ١٠- ٦ -٢٠١٢

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الاول:

a) حول أى نقطه عاديه أوجد حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + x y = 2 \quad , y(0)=1 , y'(0)=1$$ (12 marks)

و كانت $y(0) = 4 \quad , y'(0) = 6$

b) استخدم معامل لاجرانج الضربى لإيجاد القيم العظمى و الصغرى للدالة $f(x,y,z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$

على أساس ان السطح $2x + 3y + 4z = 12$ شرط جانبي . (8 marks)

السؤال الثانى:

a) أوجد مفكوك فورير للدالة $f(x) = x^2$ فى صوره جيوب فقط وذلك على الفترة $0 \le x \le 1$. (10 marks)

b) ادرس وجود القيم (العظمى و الصغرى) للصورة المربعة

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3 .$$ (10 marks)

لسؤال الثالث :

a) إذا كانت $\begin{cases} x = f_2(t) \\ y = g_2(t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = g_1(t) \end{cases}$ حلول لمجموعه المعادلات التفاضلية

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = a_{11}(t)x + a_{12}(t)y \\ \dfrac{dy}{dt} = a_{21}(t)x + a_{22}(t)y \end{cases}$$

و كانت $w(t) = \begin{vmatrix} f_1(t) & f_2(t) \\ g_1(t) & g_2(t) \end{vmatrix}$. أثبت أن $\dfrac{dw(t)}{dt} = [a_{11}(t) + a_{22}(t)]w(t)$ (10 marks)

b) استخدم طريقه المصفوفات لإيجاد حل المعادلة التفاضلية الاتجاهية :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x .$$ (10 marks)

السؤال الرابع:

a) استخدم التحويلات و التحويلات العكسية للابلاس لحل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 9y(t) = \sin 3t \quad , y(0) = 2 , y'(0) = 1.$$ (8marks)

b) احسب التحويلات العكسية التالية :

$$L^{-1}\left\{\frac{3}{(s^2-16s+65)^2}\right\} , \quad L^{-1}\left\{\frac{s-1}{(s+1)^{27}}\right\} , \quad L^{-1}\left\{\ln(s^2-36) - \ln(s-3) - \ln(s+6)\right\}$$ (12 marks)

المستوى الثانى - رياضيات - احصاء وعلوم حاسب - ميكانيكا (4) ر 223

كلية العلوم قسم الرياضيات المستوى الثانى الدرجة الكلية:80 درجة	Mansoura University	المادة:ميكانيكا (4) كود المادة: ر223 الزمن: ساعتان

أجب عن الأسئلة الاتية

الســــــــؤال الأول: (20درجة)

1. أذكر قوانين كبلر الثلاثة وأثبت القانون الثالث. [10 درجات]
2. يتحرك مذنب على مسار مكافئ أقرب بعد عليه من الشمس a أثبت أن الزمن τ الذى يستغرقه المذنب فى الحركة داخل دائرة مركزها الشمس و نصف قطرها R هو $\tau=\frac{T}{3\pi}\sqrt{2\left(1-\frac{a}{R}\right)}\left(1+\frac{2a}{R}\right)$ حيث T هو طول سنة كوكب إفتراضى مساره هذه الدائرة [10 درجات]

الســــــــؤال الثانى: (20درجة)

1. أثبت أن كمية الحركة الزاويه لجسيم متحرك على سطح دورانى أملس محوره رأسى تكون كمية ثابته طوال الحركة . [10 درجات]
2. قذف جسيم ثقيل أفقيا على السطح الداخلى لنصف كرة مجوفة ملساء محورها رأسى ورأسها لأسفل من نقطة على بعد زاوى قدره β من أسفل نقطة. أثبت أن السرعة الإبتدائية اللازمة لقذف الجسيم حتى يتمكن من الوصول إلى حافة نصف الكرة هى $\sqrt{2ag\sec\beta}$. [10 درجات]

الســــــــؤال الثالث: (20درجة)

1. أنبوبة رفيعة ملساء على شكل سيكلويد مثبت بحيث كان محورها رأسيا ورأسه إلى أسفل قذف بداخل الأنبوبة من الرأسى جسيم صغير بسرعة $3\sqrt{ag}$. أثبت أن هذا الجسيم ينطلق من فوهة الأنبوبة رأسيا إلى أعلى بسرعة $\sqrt{5ag}$. [10 درجات]
2. أنبوبة مستقيمة ورفيعة تدور فى مستوى رأسى بسرعة منتظمة ω حول طرفها المثبت. عند بدأ الحركة كان بداخلها جسيم على بعد a من الطرف الثابت ويتحرك بســــــــرعة v_0 فى إتجاه الأنبوبة. أثبت أن الجسيم يكون على بعد $a\cosh\omega t+\left(\frac{v_0}{\omega}-\frac{g}{2\omega^2}\right)\sinh\omega t+\frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$ من الطرف الثابت عند اللحظة الزمنية t. [10 درجات]

الســــــــؤال الرابع: (20درجة)

1. إذا كان لمسار جسيم يتحرك تحت تأثير قوة مركزية $F(r)$ بعدان قبويان a, b حيث $a<b$ فأثبت أن سرعة الجسيم على بعد r من مركز القوة تعطى بالعلاقة $V^2=\frac{2a^2}{b^2-a^2}\int_a^r F(r)dr+\frac{2b^2}{b^2-a^2}\int_r^b F(r)dr$ [10 درجات]
2. قـذف جسـيم بسـرعة u نحـو الشـرق فـى إتجـاه يميـل علـى الأفقـى بزاويـة α مـن موضـع خـط عرضـه φ أثبت أن الجسيم ينحرف بعد زمن t نحو الجنوب مسافة $\omega u\cos\alpha\sin\varphi\, t^2$. [10 درجات]

مع أطيب التمنيات بالنجاح

د/عادل عبد العزيز

المستوى الثاني هندسة تحليلية في الفراغ ٢١٨ر
رياضيات واحصاء وحاسب

المستوى: الثاني المقرر: هندسة تحليلية فى الفراغ كود المادة : (ر٢١٨) البرامج: رياضيات -إحصاء وحاسب	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور يونيه ٢٠١٢ الزمن: ساعتان التاريخ : ٢٠١٢/٦/٢٤

أجب عن الأسئلة الآتية: ***الدرجة الكلية : ٨٠***

[١]-أ) اوجد المعادلات البارامترية للخط المستقيم: $x+y+z-3=0 \quad , \quad 2x+y-z+1=0$

واوجد الزوايا التى يصنعها مع المحاور

ب) اوجد معادلة المستوى المار بالمستقيم $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ و عمودي على المستوى $x+2y+z=12$.

جـ) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-1=0 \quad ,2x-y-2z+13=0$$

ثم اوجد معادلة الكرة المارة بهذه الدائرة وتمر بنقطة الأصل

[٢]-أ) اثبت أن المستقيمين $x-3=\frac{y+4}{-3}=\frac{z-5}{3}$, $x-4=\frac{y-5}{3}=\frac{z+6}{-4}$ يقعان في مستو واحد ثم اوجد طول العمود من النقطة (3 ,2- ,3) على المستوى الذي يجمعهما.

ب) اوجد معادلة الاسطوانة الدائرية القائمة التى نصف قطرها ٢ ومحورها الخط المستقيم $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

[٣]-أ) اوجد معادلة الكرة التي تمر بالدائرة $x^2+y^2+z^2=11 \quad , \quad z=0$ وتمس المستوى $x+y+z-5=0$.

ب) اوجد معادلتى المستويين المماسين للكرة

$x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z-39=0$ عند نقطتي تقاطعها مع

المستقيم $\frac{x-5}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{-2}$

٤- أ) اثبت أن المستقيم $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{-4}$ يوازى المستوى $2x+4y-2z+3=0$

واوجد المسافة بينهما ومسقط هذا المستقيم على المستوى

ب) حدد نوع السطح الذى تمثله المعادلة $3x^2-2y^2+5z^2+6x+12y-20z-25=0$

مع أطيب التمنيات بالنجاح *د/ عواطف شاهين*

ح رياضيات - جبر خطي (٢١٥)
احصاء وعلوم حاسب

المستوى: الثاني البرنامج: رياضيات & إحصاء وعلوم الحاسب المادة: ر٢١٥ جبر خطى ١	كلية العلــوم - قسم الرياضيات	دور يونيو ٢٠١٢ الزمن: ساعتان التاريخ: ٦/ ٦/٢٠١٢

أجب عن الأسئلة الآتية:

[١]-أ) اثبت أن تقاطع فراغين جزئيين U, W من فراغ خطى V يكون فراغا جزئيا من V. اعط مثالاً توضح به ان الاتحاد ليس كذلك.

ب) اعتبر المجموعتين الجزئيتين من الفراغ R^3:

$W = \{(x, y, z) : 2x - y + z = 0\}$, $U = \{(x, y, z) : x + y - 2z = 0\}$ اثبت أن كلا من U, W فراغ جزئي من R^3 ثم أوجد : $\dim (U + W)$.

جـ) انقل العبارات الآتية فى ورقة الإجابة مع بيان أيها صحيح وأيها خاطئ مع ذكر السبب

(١) إذا كانت A, B مصفوفتين متكافئتين صفيا فان $\dim$ row space of $A = \dim$ column space of B.

(٢) إذا كانت A مصفوفة مربعة وليست متماثلة فإنها تكون شبة متماثلة.

(٣) إذا كانت $A = [a_{ij}]_{5\times7}$ فإن فراغ الانعدام المصفوفة A يكون فراغ جزئي من R^2.

(٤) إذا كانت A مصفوفة مربعة غير قابلة للانعكاس فان إحدى قيمها الذاتية تساوى صفر.

(٥) إذا كانت $A = [a_{ij}]_{5\times7}$ وكان $\operatorname{rank} A = 5$ فإن متجهات أعمدة A تكون معتمدة خطياً. (٣٠ درجة)

[٢]-أ) أوجد أساس وبعد فراغ حل النظام المتجانس $2x + y + 2z + 6w = 0$, $x + y + 7w = 0$.

ب) استخدام النتائج فى (أ) لحساب $\operatorname{rank} A$ ، $\operatorname{nullity} A$ حيث $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$.

جـ) إذا كانت $A = [a_{ij}]_{4\times4}$, $|A| = 2$ ، $B = [b_{ij}]_{4\times4}$ مصفوفة غير قابلة للانعكاس أوجد قيمة:

$|B^2A + (3BA^{-1}B)|$, $|AA^tA^{-2}|$, $|(2A)^{-1}|$, $|3A^{-1}|$ (٣٠ درجة)

[٣]-أ) لتكن $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ أوجد: (٢٠ درجة)

(١) المعادلة الذاتية $f(\lambda) = 0$ للمصفوفة A. (٢) حقق أن $f(A) = 0$

(٣) أوجد المتجهات الذاتية للمصفوفة A. (٤) أوجد A^{-1} باستخدام النتائج السابقة.

ب) يقال المصفوفتين A, B انهما متشابهتان إذا وجدت مصفوفة P قابلة للإنعكاس وتحقق الشرط: $B = P^{-1}AP$.

اثبت أن المصفوفتين: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ متشابهتان ثم احسب المصفوفة A^{20}.

مع أطيب التمنيات بالنجاح

* الدرجة طبق للورقة الامتحانية بدون موجوده
* لجنة التصحيح وحكاية درجة بدون

المستوى الثاني رياضيات - إحصاء - تحليل حقيقي / ر ٢١١

جامعة المنصورة كلية العلوم قسم الرياضيات	الفرقة الثانية - المستوى الثاني برنامجي: الرياضيات - الإحصاء وعلوم الحاسب	الفصل الدراسي الثانى المادة: تحليل حقيقى (ر٢١١) الزمن : ساعتان التاريخ:الأحد ٢٠١٢/٦/٣

أجب عن الأسئلة الآتية: (٨٠ درجة)

السؤال الأول: (٢٠ درجة - كل جزء درجتان والتعليل درجتان)

ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) أمام العبارة الخاطئة وعلل على إجابتك:

(١) إذا كانت $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتابعة أعداد موجبة وكانت $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$ فإن $L \geq 0$.

(٢) إذا كانت الدالة $f(n)$ تحقق أن $\lim\limits_{n\to\infty}|f(n)| = 0$ فإن $\lim\limits_{n\to\infty} f(n) = 0$.

(٣) إذا كانت المتتابعة $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ إحدى متتابعات كوشي فإنها تكون محدودة.

(٤) المتسلسلة مطلقة التقارب تكون محدودة .

(٥) إذا كانت الدالة $f(n)$ تحقق أن $\lim\limits_{n\to\infty}|f(n)| = |L| \neq 0$ فإن $\lim\limits_{n\to\infty} f(n) = L$.

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

أكمل الآتى:

(١) إذا كانت $f(n) = 1 + (-1)^n + \frac{1}{n},\ n \in N$ فإن النهايات العليا والسفلى للدالة هما على الترتيب .... و........

(٢) الشرط الضروري وليس الكافي لتقارب المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ هو أن ....

(٣) الشرط الضروري والكافي لكي تكون المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ تقاربيه هو ....

(٤) الشرط الضروري والكافي للتقارب المنتظم للمتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ فى الفترة [a , b] هو ....

(٥) إذا كانت $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ مقيدة التقارب فإن المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |u_n|$ تكون ....

(٦) إذا كانت $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ مطلقة التقارب فإن المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |u_n|$ تكون ....

(٧) الشرط الكافي لتباعد المتسلسلة $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ هو...............

(٨) إذا كانت $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n = s$ فإن $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (2u_n + u_{n+1})$ يساوى ....

(٩) المتسلسلة موجبة الحدود تكون تقاربية إذا كانت متتابعة المجاميع الجزئية لها ....

(١٠) إذا كانت $|u_n(x)| \leq M_n$ فى الفترة [a , b] بحيث تتقارب المتسلسلة $\sum M_n$ فإن ....

إقلب الورقة

السؤال الثالث: (١٥ درجة) (أجب عن نقطتين فقط مما يأتى)

(١) أذكر وبرهن إختبار كوشى للتقارب (القاعدة العامة للتقارب).

(٢) أذكر و برهن نظرية ليبنتز للمتسلسلات تبادلية الإشارة.

(٣) إثبت أن المتسلسلة مطلقة التقارب تكون تقاربية.

(٤) أثبت أنه إذا كانت $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتابعة أعداد حقيقية وكانت $\lim\limits_{n\to\infty}\inf u_n = \lim\limits_{n\to\infty}\sup u_n = L$ فإن $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$.

السؤال الرابع: (٢٥ درجة)

(١) ادرس التقارب والتباعد للمتسلسلات الآتية : (كل جزء ٥ درجات)

(أ) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^n(3n-1)}$ (ب) $\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2\cdot 3^2}{2^2\cdot 4^2} + \frac{1^2\cdot 3^2\cdot 5^2}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2} + \cdots\cdots\cdots$ (ج) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$

(٢) اثبت أن: أجب عن نقطتين فقط مما يأتي (١٠ درجات كل جزء ٥ درجات)

(أ) $\frac{\pi}{4} < \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ (ب) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$

(ج) المتسلسلة $\sum\limits_{1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ تكون تقاربيه إذا كانت $p > 1$ وتباعديه إذا كانت $p \le 1$.

انتهت الأسئلة ،،، مع تمنياتى بالنجاح والتفوق ... د. عاطف المهدى