

## اجب عن الأسئلة الآتية

### السؤال الأول : (24 درجة)

الجدول الآتي يبين توزيع 100 من الأفراد حسب كمية البروتين (بالجرام) التي يتناولوها يومياً

كمية البروتين	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	55-
عدد الأفراد	6	14	16	17	14	19	8	6

أو جد

- |   |     |
|---|-----|
| الوسط لكمية البروتين Median                 | (1) |
| المنوال Mode                                | (3) |
| معامل الاختلاف لكمية البروتين المتناولة C.V | (2) |
| ادرس تماثل التوزيع التكراري                 | (4) |

**السؤال الثاني: (16 درجة)**

- (1) الفراغ الاحتمالي  
(2) احتمال ظهور عدد فردی  
مرة واحدة. المطلوب إيجاد  
(ج) زهرة نرد مصممة بحيث أن فرصة ظهور أي عدد تتناسب مع هذا العدد. أقيمت هذه الزهرة  
(ب) اذكر أنواع الحوادث مع تعريف كل نوع.  
(ا) عرف مايأته : التجربة العشوائية - فراغ العينة

السؤال الثالث : (24 درجة)

- (أ) اثبت انه لأي ثلاثة حوادث  $B, C$ , فان

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

(ب) اذا كانت  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ . أوجد قيم الاحتمالات الآتية

$$P(A/\bar{B}), P(\bar{A}/B)$$

- (ج) صندوق يحتوى 4 كرات بيضاء ، كرتين حمراء . سحبت منه بدون إرجاع كرتين . وكان المتغير  $X$  يمثل عدد الكرات البيضاء في العينة .

- (1) اوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$
  - (2) اوجد احتمال أن تحتوى العينة على كرة بيضاء واحدة على الأقل .
  - (3) اوجد دالة التوزيع  $F(x)$  .

**السؤال الرابع: (16 درجة)**

- (1) احسب معامل الالتواء للتوزيع التكراري لكمية البروتين الوارد في **السؤال الأول**  
 (2) متغير عشوائي  $X$  له دالة الكثافة

$$f(x) = \begin{cases} c & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

اوجد قيمة

$$P(X = 0.5) \text{ (iii)} \quad P(-1 < X \leq 0.5) \text{ (ii)}$$

C (i)

میں اسی پر

卷之三十一 / 109

مع أطيب التمنيات بال توفيقية



المادة: ميكانيكا (4)		كلية العلوم قسم الرياضيات المستوى الثاني الدرجة الكلية: 80 درجة
كود المادة: R223 الزمن: ساعتان		

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: (20 درجة)

- ذكر قوانين كبلر الثلاثة وأثبت القانون الثالث. [10 درجات]
- يتحرك مذنب على مسار مكافئ أقرب بعد عليه من الشمس  $a$  أثبت أن الزمان  $\tau$  الذي يستغرقه المذنب في الحركة داخل دائرة مركزها الشمس ونصف قطرها  $R$  هو طول سنة كوكب إفتراضي مساره هذه الدائرة  $T = \frac{\pi}{3} \sqrt{2 \left(1 - \frac{a}{R}\right) \left(1 + \frac{2a}{R}\right)}$  حيث  $R$  هو طول سنة كوكب إفتراضي مساره هذه الدائرة [10 درجات]

السؤال الثاني: (20 درجة)

- أثبت أن كمية الحركة الزاوية لجسم متحرك على سطح دورانى أملس محوره رأسى تكون كمية ثابتة طوال الحركة. [10 درجات]
- قذف جسم ثقباً على السطح الداخلى لنصف كرة مجوفة ملساء محورها رأسى ورأسها لأسفل من نقطة على بعد زاوية قدره  $\beta$  من أسفل نقطة. أثبت أن السرعة الإبتدائية اللازمة لقذف الجسم حتى يتمكن من الوصول إلى حافة نصف الكرة هي  $\sqrt{2ag \sec \beta}$ . [10 درجات]

السؤال الثالث: (20 درجة)

- أنبوبة رفيعة ملساء على شكل سيكلويد مثبت بحيث كان محورها رأسياً ورأسه إلى أسفل قذف بداخل الأنبوبة من الرأسى جسم صغير بسرعة  $\sqrt{ag}$ . أثبت أن هذا الجسم ينطلق من فوهه الأنبوبة رأسياً إلى أعلى بسرعة  $\sqrt{5ag}$ . [10 درجات]
- أنبوبة مستقيمة ورفيعة تدور في مستوى رأسى بسرعة منتظمة  $\omega$  حول طرفيها المثبت. عند بدأ الحركة كان بداخلها جسم على بعد  $a$  من الطرف الثابت ويتحرك بسرعة  $v_0$  في إتجاه الأنبوبة. أثبت أن الجسم يكون على بعد  $a \cosh \omega t + \left(\frac{v_0}{\omega} - \frac{g}{2\omega^2}\right) \sinh \omega t + \frac{g}{2\omega^2} \sin \omega t$  من الطرف الثابت عند اللحظة الزمنية  $t$ . [10 درجات]

السؤال الرابع: (20 درجة)

- إذا كان لمسار جسم يتحرك تحت تأثير قوة مرکزية  $F(r)$  بعدان قبويان  $a, b$  حيث  $b > a$  فأثبت أن سرعة الجسم على بعد  $r$  من مركز القوة تعطى بالعلاقة  $V^2 = \frac{2a^2}{b^2 - a^2} \int_a^r F(r) dr + \frac{2b^2}{b^2 - a^2} \int_r^b F(r) dr$  [10 درجات]
- قذف جسم بسرعة  $u$  نحو الشرق في إتجاه يميل على الأفق بزاوية  $\alpha$  من موضع خط عرضه  $\varphi$ . أثبت أن الجسم ينحرف بعد زمن  $t$  نحو الجنوب مسافة  $\omega u \cos \alpha \sin \varphi t^2$ . [10 درجات]

دور يونيـه ٢٠١٢ الزمن: ساعتان التاريخ : ٢٤/٦/٢٠١٢	 كلية العلوم - قسم الرياضيات	المستوى: الثاني المقرر: هندسة تحليلية في الفراغ كود المادة : (٢١٨) البرامج: رياضيات - إحصاء وحاسب
---	--	--

الدرجة الكلية : ٨٠

أجب عن الأسئلة الآتية:

[١-أ] اوجد المعادلات البارامترية لخط المستقيم:  $2x + y - z + 1 = 0$ ,  $x + y + z - 3 = 0$

وأوجد الزوايا التي يصنعها مع المحاور

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4} \quad \text{ب) اوجد معادلة المستوى المار بالمستقيم}$$

$$x + 2y + z = 12 \quad .$$

ج) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 1 = 0, 2x - y - 2z + 13 = 0$$

ثم اوجد معادلة الكرة المارة بهذه الدائرة وتمر بنقطة الأصل

$$x - 4 = \frac{y - 5}{3} = \frac{z + 6}{-4}, \quad x - 3 = \frac{y + 4}{-3} = \frac{z - 5}{3} \quad [٢-أ] \quad \text{اثبت أن المستقيمين يقعان في}$$

مستوى واحد ثم اوجد طول العمود من النقطة (3, -2, 3) على المستوى الذي يجمعهما.

ب) اوجد معادلة الاسطوانة الدائرية القائمة التي نصف قطرها ٢ ومحورها خط المستقيم

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z - 3}{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 11, \quad z = 0 \quad [٣-أ] \quad \text{اوجد معادلة الكرة التي تمر بالدائرة وتمس المستوى}$$

$$x + y + z - 5 = 0$$

ب) اوجد معادلتي المستويين المماسين للكرة

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 39 = 0 \quad \text{عند نقطتي تقاطعها مع}$$

$$\frac{x - 5}{1} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - 1}{-2} \quad \text{المستقيم}$$

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{-3} = \frac{z + 3}{-4} \quad [٤-أ] \quad \text{اثبت أن المستقيم يوازي المستوى}$$

وأوجد المسافة بينهما ومسقط هذا المستقيم على المستوى

$$3x^2 - 2y^2 + 5z^2 + 6x + 12y - 20z - 25 = 0 \quad \text{ب) حدد نوع السطح الذي تمثله المعادلة}$$

جـ ١٥) جـ ١٥)

احصاءات علوم كمبيوتر

دور يونيو ٢٠١٣  
الزمن: ساعتان  
التاريخ: ٢٠١٢/٦/٦



كلية العلوم - قسم الرياضيات

المستوى: الثاني  
البرنامج: رياضيات & إحصاء وعلوم الحاسوب  
المادة: ر ٢١٥ جبر خطى ١

أجب عن الأسئلة الآتية:

[١-أ] اثب أن تقاطع فراغين جزئيين  $W$ ,  $U$  من فراغ خطى  $V$  يكون فراغا جزئيا من  $V$ . اعط مثالاً توضح به ان الاتحاد ليس كذلك.

ب) اعتبر المجموعتين الجزئيين من الفراغ  $\mathbb{R}^3$ :

$U = \{(x, y, z) : x + y - 2z = 0\}$ ,  $W = \{(x, y, z) : 2x - y + z = 0\}$   
جزئي من  $\mathbb{R}^3$  ثم أوجد:  $\dim(U + W)$

ج-) انقل العبارات الآتية في ورقة الإجابة مع بيان أيها صحيح وأيها خاطئ مع ذكر السبب

(١) إذا كانت  $A$ ,  $B$  مصفوفتين متكافئتين صفيما فان  $\dim \text{row space of } A = \dim \text{column space of } B$

(٢) إذا كانت  $A$  مصفوفة مربعة وليس متماثلة فإنها تكون شبة متماثلة.

(٣) إذا كانت  $A = [a_{ij}]_{5 \times 7}$  فإن فراغ الانعدام المصفوفة  $A$  يكون فراغ جزئي من  $\mathbb{R}^2$ .

(٤) إذا كانت  $A$  مصفوفة مربعة غير قابلة للانعكاس فان إحدى قيمها الذاتية تساوى صفر.

(٥) إذا كانت  $A = [a_{ij}]_{5 \times 7}$  وكان  $\text{rank } A = 5$  فإن متجهات أعمدة  $A$  تكون معتمدة خطياً. (٣٠ درجة)

[٢-أ] أوجد أساس وبعد فراغ حل النظام المتباين  $0 \cdot x + y + 7w = 0$ ,  $2x + y + 2z + 6w = 0$ .

ب) استخدام النتائج في (أ) لحساب  $\text{rank } A$ ,  $\text{nullity } A$  حيث  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

ج-) إذا كانت  $B = [b_{ij}]_{4 \times 4}$  مصفوفة غير قابلة للانعكاس أوجد قيمة:

(٣٠ درجة)  $|3A^{-1}|$ ,  $|(2A)^{-1}|$ ,  $|AA^t A^{-2}|$ ,  $|B^2 A + (3BA^{-1}B)|$

[٣-أ] لتكن  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  أوجد:

(١) المعادلة الذاتية  $f(A) = 0$  للматصفوفة  $A$ .

(٤) أوجد  $A^{-1}$  باستخدام النتائج السابقة.

ب) يقال المصفوفتين  $B$ ,  $A$  انهما متشابهتان إذا وجدت مصفوفة  $P$  قابلة للإنعكاس وتحقق الشرط:  $B = P^{-1}AP$

أثبت أن المصفوفتين:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  متشابهتان ثم احسب المصفوفة  $A^{20}$ .

مع أطيب التمنيات بالنجاح

الدراهم كلهم للورقة لا عمليات يجزءوها  
لهم لننهي وشكراً لداره بجزء صورة

الفصل الدراسي الثاني  
المادة: تحليل حقيقى (ر ٢١١)  
الزمن : ساعتان  
التاريخ: الأحد ٢٠١٢/٦/٣

الفرقة الثانية - المستوى الثاني  
برنامجي: الرياضيات - الإحصاء  
وعلوم الحاسوب



### أجب عن الأسئلة الآتية: (٨٠ درجة)

**السؤال الأول:** (٢٠ درجة - كل جزء درجتان والتعليق درجتان)  
ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة وعلل على إجابتك:

(١) إذا كانت  $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$  متتابعة أعداد موجبة وكانت  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$  فإن  $L \geq 0$ .

(٢) إذا كانت الدالة  $f(n)$  تتحقق أن  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 0$  فإن  $\lim_{n \rightarrow \infty} |f(n)| = 0$ .

(٣) إذا كانت المتتابعة  $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$  إحدى متتابعات كوشي فإنها تكون محدودة.

(٤) المتسلسلة مطلقة التقارب تكون محدودة.

(٥) إذا كانت الدالة  $f(n)$  تتحقق أن  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = L$  فإن  $\lim_{n \rightarrow \infty} |f(n)| = |L| \neq 0$ .

### السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

أكمل الآتي:

(١) إذا كانت  $f(n) = 1 + (-1)^n + \frac{1}{n}$ ,  $n \in N$  فإن النهايات العليا والسفلى للدالة هما على الترتيب ..... و.....

(٢) الشرط الضروري وليس الكافي لتقريب المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  هو أن .....

(٣) الشرط الضروري والكافي لكي تكون المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  تقاربه هو .....

(٤) الشرط الضروري والكافي لتقريب المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  في الفترة  $[a, b]$  هو .....

(٥) إذا كانت  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  مقيدة التقارب فإن المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  تكون .....

(٦) إذا كانت  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  مطلقة التقارب فإن المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  تكون .....

(٧) الشرط الكافي لتبعيد المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  هو .....

(٨) إذا كانت  $s = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$  فإن  $\sum_{n=1}^{\infty} (2u_n + u_{n+1})$  يساوى .....

(٩) المتسلسلة موجبة الحدود تكون تقاربية إذا كانت متتابعة المجاميع الجزئية لها .....

(١٠) إذا كانت  $|u_n(x)| \leq M_n$  في الفترة  $[a, b]$  بحيث تقارب المتسلسلة  $\sum M_n$  فإن .....

السؤال الثالث: (١٥ درجة) (أجب عن نقطتين فقط مما يأتي)

(١) أذكر وبرهن اختبار كوشى للتقارب (القاعدة العامة للتقارب).

(٢) أذكر وبرهن نظرية ليبنر للمتسلسلات تبادلية الإشارة.

(٣) إثبت أن المتسلسلة مطلقة التقارب تكون تقاربية.

(٤) أثبت أنه إذا كانت  $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$  متباينة أعداد حقيقة وكانت  $L = \liminf_{n \rightarrow \infty} u_n = \limsup_{n \rightarrow \infty} u_n$  فإن

السؤال الرابع: (٢٥ درجة)

(١) ادرس التقارب والتباين للمتسلسلات الآتية : (كل جزء ٥ درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (ج)$$

$$\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots \quad (ب)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^n(3n-1)} \quad (د)$$

(٢) اثبت أن: أجب عن نقطتين فقط مما يأتي (١٠ درجات كل جزء ٥ درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1 \quad (ب)$$

$$\frac{\pi}{4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \quad (د)$$

(ج) المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  تكون تقاربيه إذا كانت  $p > 1$  وتباعديه إذا كانت  $p \leq 1$ .

د. عاطف المهدى

انتهت الأسئلة ... مع تمنياتي بالنجاح والتفوق ...