٣ احصاء وحاسب، نظرية المنطق الرياضي (ر ٣٢٠)

Mansoura University
Faculty of Science
Mathematics Department
3rd year (Statistics and Computer Science)

Second Term 2011/2012
Course: Mathematical Logic
Time allowed: 2 hours
Total marks: 80 marks

Final Exam

Question #1 [20 marks]

a) Construct the truth-tables of the following propositional formulas and determine whether each is a tautology, contradiction, or neither.

i- $\neg(\neg p \leftrightarrow q) \wedge (r \vee \neg q)$

ii- $\neg((p \wedge \neg q) \rightarrow r) \leftrightarrow (\neg(q \vee r) \rightarrow \neg p)$

b) Give formal proofs for the following arguments:

i- if A implies B then $\neg B$ implies $\neg A$

ii- $((A \rightarrow B) \vee A)$ is a tautology

Question #2 [20 marks]

a) Use propositional resolution to verify each of the following:

i- $(\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \vee A$ is a tautology

ii- $\neg C \rightarrow \neg A$ is a consequence of $(A \rightarrow B) \wedge (C \vee (D \wedge \neg B))$

b) Check the following Horn formula for satisfiability:

$$(T \rightarrow A) \wedge (C \rightarrow D) \wedge ((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge ((C \wedge D) \rightarrow \bot) \wedge (T \rightarrow B)$$

c) Let $C_1 = \{A_1, \neg A_2, A_3\}$ and $C_2 = \{A_2, \neg A_3, A_4\}$
Use the Cut rule to show that the resolvent of the above two clauses can be derived from them.

Question #3 [20 marks]

a) Translate into English the following first-order formulas and determine which of them represent true propositions when interpreted in $\mathcal{R}$.

i- $\exists x \forall y\, (x > y \rightarrow x > y^2)$

ii- $\exists x \forall y\, (x + y = x)$

iii- $\forall x \forall y\, (x > y \rightarrow \exists z\, (x > z \wedge z > y))$

b) Determine the free and bound occurrences of variables and the scope of each quantifier in the following formulae (where P is a unary predicate, and Q a binary one.)

i- $\exists x \forall z\, (Q(z, y) \vee \neg \forall y\, (Q(y, z) \rightarrow P(x)))$

ii- $\exists x\, (\forall z Q(z, y) \vee \neg \forall y Q(y, z)) \rightarrow P(x)$

c) Rename the bound variables in each of the formulas in **(b)** to obtain a clean formula.

Question #4 [20 marks]

a) Negate each of the following formulas and import the negations inside all other logical connectives.

i. $\forall x\, ((x = x^2 \wedge x > 1) \rightarrow x^2 < 1)$

ii. $(\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$

b) Transform the following formula into a prenex DNF and a prenex CNF. Then Skolemize the resulting formula and transform it into clausal form.

$$(\exists x P(x) \rightarrow \neg \exists x Q(x)) \rightarrow \forall x\, (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

المستوى الثالث - رياضيات - نظرية احصائية (١) / ٣٣٣

جامعة المنصورة – كلية العلوم
قسم الرياضيات

التاريخ : ٢٥ / ٦ / ٢٠١٢ م
الدرجة الكلية : ٨٠ درجة
الزمن : ساعتان

امتحان دور مايو ٢٠١٢ م
برنامج : الرياضيات
المستوى : الثالث
اسم المقرر : نظرية احصائية (١)
كود المادة : ر ٣٣٣

أجب عن الأسئلة الآتية :-

السؤال الأول: أ) سحبت عينة عشوائية مستقلة حجمها n من توزيع وسطه الحسابى μ و تباينه σ^2 أثبت أن تباين العينة $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ مقدر متحيز لتباين المجتمع σ^2 ثم أوجد مقدار التحيز . (١٥ درجة)

ب) إذا كانت أطوال الطلاب فى إحدى الصفوف تخضع للتوزيع الطبيعى الذى وسطه 160 سم و انحراف معيارى 10 سم . أخذت عينة حجمها 16 طالبا من هذا الصف أوجد احتمال أن يكون الوسط الحسابى لأطوال طلاب هذه العينة محصور بين 156 سم و 162 سم (١٠ درجة)

السؤال الثانى: أ) أخذت عينة عشوائية مكونة من 8 حشرات من نوع معين فكانت أعمارها بالسنين كالآتى
2.2 , 2.4 , 1.6 , 2.3 , 2.1 , 1.7 , 1.9 , 1.8 احسب 95 % فترة ثقة لمتوسط عمر الحشرة من ذلك النوع وذلك بفرض أن عمر الحشرة من ذلك النوع يتبع التوزيع الطبيعى (١٥ درجة)

ب) لمعرفة تأثير دواء على قراءات ضغط الدم المرتفع. أخذت لذلك عينة عشوائية مكونة من 9 أشخاص و قيس ضغط كل منهم قبل تعاطى ذلك الدواء و بعد تعاطيه لمدة أسبوع فكانت النتائج كالتالى :

القراءة قبل تعاطى الدواء	170	180	160	175	150	180	185	190	195
القراءة بعد تعاطى الدواء	163	168	149	163	142	168	177	179	186

احسب 95 % فترة ثقة لمتوسط الانخفاض فى قراءة ضغط الدم الذى ينتج من استخدام هذا الدواء (١٥ درجة)

السؤال الثالث: أ) إذا كانت $x_1 , x_2 , \dots x_n$ هى قيم عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع له توزيع أسى بمعلمة θ

أى أن $x>0 \;, \theta>0 \;;\; f\left(x;\theta\right)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}$ أوجد مقدار الإمكان الأكبر للمعلم θ (١٥ درجة)

ب) إذا كانت أجور العمال فى الشركة أ تخضع لتوزيع طبيعى و سطه 30 جنيها يوميا و تباينه 3 و كانت أجور العمال فى الشركة ب تخضع لتوزيع طبيعى وسطه 25 و تباينه 2 و أخذت عينة حجمها 20 عاملا من أ و 10 عمال من ب ما احتمال أن يكون الفرق فى أجور العينتين أقل من 4 جنيهات (١٠ درجات)

$Z_{0.025}=1.96 \quad , \quad \Phi(0.8)=0.7881 \quad , \quad \Phi(-1.6)=0.0548 \quad , \quad \Phi(-1.69)=0.0455$

$t_{(0.025\,,\,7)}=2.365 \quad , \quad t_{(0.025\,,\,8)}=2.306 \quad , \quad t_{(0.025\,,\,9)}=2.262$

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

د. فاتن شيحه

المستوى الثالث - رياضيات - الدوال الخاصة (ر٣٢٤)
إحصاء وحاسب

Mansoura University
Faculty of Science
Dept. of Mathematics

Second Semester
Date: 21-6-2012
Time: 2hrs

Full mark: 80 Marks

Exam. of Special Functions (cod R324)
For third Grade statistical and computer Dept. Students

Answer the following Questions:

[1]-(i) Evaluate $\displaystyle\int_0^\infty t^2 \cosh 2t\, dt$

(ii) Prove that $\Gamma(2x) = \dfrac{2^{2x-1}}{\sqrt{\pi}}\Gamma(x)\,\Gamma(x+\dfrac{1}{2})$

(iii) Prove stirling's formula, for large n, $n! \simeq \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n}$.

---

[2]-(i) Evaluate $\displaystyle\int_0^2 (4-x^2)^{3/2} dx$

(ii) Show that $\ {}_1F_1(a;b;x) = \dfrac{\Gamma(b)}{\Gamma(a)\Gamma(b-a)}\displaystyle\int_0^1 (1-t)^{b-a-1}\, t^{a-1}\, e^{xt}\, dt$

(iii) Prove that $\ln(1+x) = x\ {}_2F_1(1,1;2;-x)$

---

[3]-(i) Evaluate (a) $\displaystyle\int_0^1 x\, P_5(x)\,dx$, (b) $\displaystyle\int_{-1}^1 (P_2(x))^2\, dx$, (c) $\displaystyle\int_{-1}^1 P_2(x)\, P_4(x)\, dx$

(ii) Prove that $\left(\dfrac{1}{x}\dfrac{d}{dx}\right)^n (x^n J_n(x)) = J_0(x)$

(iii) Prove that

(a) $J_1'(x)\, J_{-1}(x) - J_{-1}'(x)\, J_1(x) = 0$,

(b) $J_{\frac{1}{2}}'(x)\, J_{-\frac{1}{2}}(x) - J_{-\frac{1}{2}}'(x)\, J_{\frac{1}{2}}(x) = \dfrac{2}{\pi x}$.

Discuss the significance of the result.

---

[4]-(i) Expanel $f(x)=x^2$ in a series of the from $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} A_k P_k(x)$

(ii) Show that the Hermite polynomials satisfy the differential equation $y''-2xy'+2ny=0$

(iii) Prove that $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x} L_m(x) L_n(x)\, dx = \begin{cases} 0\ , & \text{if} \quad m \neq n \\ (n!)^2, & \text{if} \quad m = n \end{cases}$

٣١٢٣ ـ نظرية المرونة ٢٠٢٢

المستوى : الثالث الشعبة : رياضيات المادة : نظرية المرونة	كلية العلوم – قسم الرياضيات	مايو 2010 2012 الزمن: ساعتين التاريخ: 2010/6/18 2012

أجب عن الأسئلة الآتية: **الدرجة الكلية : 80 درجة ولكل سؤال 20 درجة**

السؤال الاول:

أ) أوجد معادلات الاتزان لجسم مرن واقع تحت تأثير قوة حجمية $\vec{K}(K_1, K_2, K_3)$ ثم اثبت تماثل متجه الاجهاد. (10 درجات)

ب) اذا كانت معادلة سطح كوشى للأجهاد عند نقطة داخل جسم مرن هى $3x^2 + 2xy + 4yz + 2xz = 16$.
اوجد هذه المعادلة منسوبه الى محاور الاجهاد الرئيسية (10 درجات)

السؤال الثانى :

أ) اشرح المعنى الطبيعى لمركبات الأنفعال ε_{xx} ، ε_{yz} . (10 درجات)

ب) اذا كانت مركبات الازاحه عند نقطة داخل جسم مرن هى

$$u = \frac{1}{\alpha}xz \quad , \quad v = \frac{\nu}{\alpha}xy \quad , \quad w = \frac{1}{2\alpha}[z^2 + \nu(x^2 - y^2)]$$

حيث α, ν مقادير ثابته.

اثبت ان هذه الحاله تمثل حاله واقعية للانفعال ثم اوجد طاقة جهد الانفعال للوحدة الكتل. (10 درجات)

السؤال الثالث :

أ) اكتب المعادلات الاساسية لجسم مرن ثم اوجد حلها بدلالة الازاحات (معادلات لامى). وفى حالة ثوبت القـوة الحجمية اثبت ان معامل التمدد الحجمى دالة توافقية ومركبات الازاحة دوال ثنائية التوافق. (10 درجات)

ب) اذا كانت مركبات ممتد الاجهاد عند عند نقطة داخل جسم مرن هى

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = 3 \quad , \quad \sigma_{33} = \sigma_{13} = 0 \quad , \quad \sigma_{12} = \sigma_{23} = 2$$

فاوجد متجه الاجهاد ومركبتيه المماسية والعمودية المؤثرة على المساحة العمودية على وحدة المتجه $(\ell, m, 0)$ ثم أوجد اقصى قيمة للمركبة المماسية واتجاه المساحة المؤثر عليها. (10 درجات)

السؤال الرابع :

أ) أوجد مركبات الازاحة والانفعال والاجهاد لجسم مرن واقع تحت تأثير ضغط منتظم P. (10 درجات)

ب) قضيب مرن دائرى المقطع مثبت من احدى قاعدتيه ويؤثر على القاعدة الاخرى اذدواج فى مستويها عزمه M. اشرح ظاهرة اللي فى القضيب ثم عين مركبات الازاحة والانفعال والاجهاد. اوجد الـنقط التى عندها اقصى اجهاد. (10 درجات)

مع أطيب التمنيات بالتوفيق أ.د. مجدى الياس فارس

٣ رياضيات - إلكتروديناميكا (ر ٣٢١)

Mansoura Univ.
Faculty of Science
Mathematics Dept.
Subject: Math.
Course Electrodynamics math 321

3rdYear: math.
Date June 2012
Time: 2 hours
Full marks: 80

Answer the following questions:

[1] Why classical mechanics is not applicable to light. State special relativity principles. Derive Lorentz transformations. Derive length contraction, time dilation and apply them to the miu meson phenomena in cosmic rays.
[20 marks].

[2] i) State the basic equations for electrostatics and magneto-statics. Hence derive Maxwell's equations. Derive plane wave solution for dielectric media.

ii) Define 4-vector, velocity and momentum 4-vectors. Hence derive Compton relation.

[20 marks].

[3] i) Derive the transformation formulas for the electric and magnetic fields. Show that special relativity truly unifies them.
ii) State Larmor formula. Explain its contradiction with the stability of atoms. Solve this contradiction. [20 marks].

[4] i) Propose two solutions to the twin paradox.
ii) Can special relativity be applied on earth? Justify your answer.
[20 marks].

المستوى الثالث - احصاء وحاسب - معادلات تكاملية (٣١٨)
رياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

Faculty of Science
Mathematics Department

3[th] Level Exam
Mathematics
Statistics & Computer Science

Integral Equations

June 2012

Time : 2 hours

Full mark 80

1- Solve the following integral equation

$$\int_0^x (t^n x^{n+1} - t^{n+1} x^n)\varphi(t)\,dt = x^{2n}, \quad n=2,3,\ldots$$ *20 marks*

2- Find the characteristic values and Eigen functions of the integral equations

$$\varphi(x) = \lambda \int_1^2 (x+t)\varphi(t)\,dt.$$ *20 marks*

3- Find the resolvent kernel for Volterra type equation with kernel

$$K(x,t) = e^{t-x}\sin(x-t) \quad .$$ *20 marks*

4- Find the resolvent kernel of the kernel

$$K(x,t) = \sin(x+t) \quad 0 \le x,t \le 2\pi$$

by using the recursion relations. *20 marks*

٣ رياضيات - جبر مجرد ٣ - (م ٣١٧)

Mansoura University Faculty of Science Math. Dept. Final Exam. Jun 2012 Time : Two hours	كلية العلوم – قسم الرياضيات	Subject: 317 m Abstract algebra (3) 3th Year Math. Date: ~~5~~4/6/2012

Answer the following questions: **Total (80 Marks)**

[1] a) Define four only of the following : (20 Marks)

principal ideal domain (PID), Euclidean domain (ED), Unique factorization domain (UFD), irreducible polynomial, prime element.

b) Find :

i) The zeros of x^4+3x^3+2x+4 in $Z_5[x]$.

ii) gcd of 8+6i and 5+5i in Z[i]

iii) The sum and product of the polynomials $f(x)=3x^3+2x+1$ and $g(x)=2x^3+4x^2+x$ over the ring Z_5.

[2] a) Prove that, every pair of non-zero elements a,b of PID R has g.c.d d=(a,b) , Moreover $d=\lambda a+\mu b$ for λ,μ in R.

b) In domain Z, for $a=462$, b=24 , find d,λ and μ.

c) Show that: If F is a field, then the nonzero ideal $<p(x)>$ of F[x] is maximal iff p(x) is irreducible polynomial over F.

[3] a) Prove two only : (20 Marks)

i) $Z[\sqrt{-5}]$ is an integral domain but not a UFD.

ii) $Z[i]=\{a+ib : a,b\in Z\}$ is a PID

iii) If F is a field, then F[x] is a UFD

b) Find the units of : $Z_7[x]$, $Z_6[x]$.

c) Is $4x^2+3x+2$ primitive in Z[x], Q[x]?

[4] a) Mark true or false and why : (20 Marks)

i) x^4-2x^2+8x+1 is irreducible over Q.

ii) Every PID is an ED.

iii) If R is a ring with zero divisors, then so is R[x].

iv) If R is a ring, and f(x) , g(x) are of degrees 3 and 4 respectively, then $f(x)g(x)$ may be of degree 8 in R[x].

v) $Z_5[x]/<x^2+3x+2>$ is a field.

vi) Every maximal ideal of every abelian ring with unity is a prime ideal.

vii) Every UFD is a PID.

viii) In any integral domain D, every element is prime iff it is irreducible

مع أطيب التمنيات بالنجاح — د/ سعاد السواح

٢/رياضيات جبر خطي (١) ر٣١٠

المستوى: الثالث البرنامج: رياضيات المقرر: ر٣١٠ جبر خطى ٢	كلية العلوم - قسم الرياضيات	دور يونيو ٢٠١٢ الزمن: ساعتان التاريخ: ١١/ ٦/٢٠١٢

أجب عن الأسئلة الآتية: **(الدرجة الكلية ٨٠ درجة)**

السؤال الأول: **(٢٥ درجة)**

أ) عرف فضاء الضرب الداخلي V ثم اثبت أن: $\forall\, u,v \in V \quad |<u,v>| \le \|u\|\,\|v\|$.

ب) اثبت أن $<f,g> = \int_0^1 f(x)g(x)\,dx$ تعرف ضرب داخلي على الفراغ $C[0,1]$ ثم أوجد:

$$\|x^2\|, \qquad <1,e^x>, \qquad d(x, x^2-1)$$

جـ) حدد نوع السطح Q الذى معادلته: $4x^2+4y^2+4z^2+4xy+4xz+4yz-3=0$.

السؤال الثاني: **(٢٥ درجة)**

أ) لآي متجهين $u, v \ne 0$ من فراغ ضرب داخلي V. اثبت أن $<u-bv,(b-c)v>=0$ إذا كان $b = \dfrac{<u,v>}{<v,v>},\ b \ne c$ ثم استنتج من ذلك أن $d(u,bv) < d(u,cv)$.

ب) لتكن $\lambda_1 \ne \lambda_2$ قمتين ذاتيتين لمصفوفة مربعة متماثلة A وأن X_2, X_1 هما المتجهين الاتيين المقابلين للقمتين λ_1, λ_2. اثبت أن $X_1 \cdot X_2 = 0$.

جـ) اعتبر $T: R^3 \to W$ هى مسقط R^3 العمودى على المستوى W الذى معادلته: $x+y+z=0$. أوجد صيغة التحويل T وكذلك $T(3,8,4)$.

السؤال الثالث: **(٣٠ درجة)**

أ)(١) ليكن V_F, W_F فراغين محدودي البعد حيث $\dim V_F = m,\ \dim W_F = n$، وليكن $Hom(V_F, W_F)$ فئة كل التحويلات الخطية من الفراغ V_F إلى الفراغ W_F اثبت أن: $Hom(V_F, W_F)$ فراغ اتجاهي.

(٢) عرف الفراغ V_F^* للفراغ V_F. استنتج $\dim V_F^*$ علما بان $\dim Hom(V_F, W_F) = mn$.

ب) أوجد مصفوفة عمودية P تحول إلى الصورة القطرية المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

جـ) هل المصفوفة المتماثلة $A = \begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix}$ تتحول دائما لمصفوفة قطرية؟ وضح إجابتك.

مع أطيب التمنيات بالنجاح