المستوى الثالث - رياضيات - ميكانيكا تحليلية ر ٣٢٦

قسم الرياضيات	المادة: ميكانيكا تحليلية ر 326	الزمن: ساعتان
جامعة المنصورة	المستوى الثالث	الفصل الأول
كلية العلوم	شعبة رياضيات	ديسمبر 2012

أجب عن الأسئلة التالية:

1- أ) اذكر شروط تطبيق ميكانيكا لاجرانج على المنظومة الميكانيكية.

ب) اذكر شرط وجود صياغة لاجرانجية لمعادلات حركة منظومة معطى لها دالة هاملتون $H(q_1,...,q_n,p_1,...,p_n)$.

ج) – خرزة تتحرك على سلك دائرى أملس مستواه رأسى بينما يدور السلك بسرعة زاوية ثابتة ω حول قطره الرأسى، أوجد دالة لاجرانج وحل معادلة الحركة مستعينا بالتكامل الأول للحركة.

2- أ) عرف منظومة ليوفيل وبين كيفية حل مسألة حركتها بفصل المتغيرات .

ب) جسيم كتلته الوحدة مشحون كهربيا يتحرك فى المستوى تحت تأثير قوى جهدها $V=-\frac{\mu}{r}+Ex$ (الجذب النيوتونى لمركز ساكن ثابت جاوس له μ ومجال كهربى منتظم فى اتجاه محور x).بين أن المنظومة تأخذ شكل منظومة ليوفيل فى الإحداثيات المكافئية وبين كيفية حل مسألة الحركة بفصل المتغيرات .

3- أ) اذكر مبدأ هاملتون محددا شروط تطبيقه على المنظومة الميكانيكية

ب) جسيم يتحرك فى الفراغ تحت تأثير قوة معينة. إذا كانت مركبتا كمية الحركة الزاوية ثابتين فى اتجاهين متعامدين x,y ، أى إذا كان $G_1=c_1,\quad G_2=c_2$ فأثبت أن المركبة الثالثة لكمية الحركة الزاوية أيضا ثابتة، ,أثبت أيضا أن القوة المؤثرة على الجسيم مركزية (متجهة إلى أو صادرة من نقطة الأصل دائما).

4- منظومة لها دالة لاجرانج $L=v\dot{u}\dot{v}-av^4$ (a ثابت):

أ) أوجد التكاملات الأولى لحركة المنظومة.

ب) عبر عن وضع المنظومة (الإحداثيين u,v) بدلالة الزمن.

ج) بين مع التعليل ما إذا كانت هذه المنظومة تكافئ منظومة راوث أو هاملتون وأوجد دالة راوث أو هاملتون المناظرة.

أستاذ المادة: أ. د./ حمد حلمى يحيى

المستوى الثالث - احصاء وعلوم حاسب - نظرية القياس ر ٣١١
رياضيات

Final Exam- Semester I - Year 2012/2013

SUBJECT: *Measure Theory* *(MATH 311)* Level-3	Faculty of Science Mathematics Department	DATE: 3/1/2013 FULL MARK: *80* ALLOWED TIME: *2Hours*

Answer the following questions

Question-1

1. Prove that, if $\mu:\Omega \longrightarrow [0,\infty)$, $A, B \in \Omega$ and $\mu(A \cap B) < \infty$, then $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B)$
1. Define the outer measure on an algebra Ω, and prove that If A is countable , then $\mu^*(A) = 0$

Question-2

1. Define the measurable set, and prove that a set consisting one point is measurable and its measure is zero
2. Prove that if $\mu^*(E) = 0$, then E is measurable

Question-3

1. Define the measurable function, and prove that every continuous function is measurable
2. Prove that if f_1 and f_2 are measurable on [a,b] then so are $f_1 + f_2, f_1 \cdot f_2$ and $Max\{f_1, f_2\}$

Question-4

Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ is a rational number in } [0,1] \\ 0, & x \text{ is an irrational number in } [0,1] \end{cases}$$

1. Is not Riemann integrable in [0,1]
2. Is Lebesgue integrable in [0,1] and find the value of Lebesgue integral of f(x) in [0,1]

المستوى الثالث - رياضيات - تحليل مركب ، ٣١٢ر

المستوى الثالث		الفصل الدراسى الأول ٢٠١٢/٢٠١٣
البرنامج: الرياضيات		الزمن: ساعتان
إسم المقرر: ر٣١٢ تحليل مركب	كلية العلوم - قسم الرياضيات	التاريخ: ١٠/ ١ / ٢٠١٣

Answer the following questions:

1. a. **Define: Smooth curve, simple open contour, simply connected domain.**

   b. **Prove that:**

   (i) $\sin^3\theta = \frac{3}{4}\sin\theta - \frac{1}{4}\sin 3\theta$

   (ii) $\sin 3\theta = 3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta$

   c. **If** $\lim_{z\to z_0} f(z)$ **exists. Prove that it is unique.**

---

2. a. **Discuss the analyticity of** $f(z) = e^{\bar{z}}$.

   b. **State and prove the sufficient C.R.E's for** $w = f(z)$ **to be differentiable at** z_0.

---

3. a. **Prove that** $u(x,y) = e^{2x}\cos 2y$ **is harmonic function and find its harmonic conjugate** $v(x,y)$ **such that** $f = u + iv$ **is analytic.**

   b. **Prove that if** $w = f(z)$ **is analytic function and if** $f'(z)$ **is continuous for z on C and in Int(C). Then** $\int_C f(z)dz = 0$.

---

4. a. **Let f(z) be analytic in a simply connected domain D,** $z_1,\ z_2 \in D$. **Then prove that** $\int_{z_1}^{z_2} f(z)dz$ **is independent of the path in D joining** z_1 **and** z_2.

   b. **Evaluate:**

   (i) $\int_{c_+} \frac{e^{3z} + \sin^2 z}{(z+3i)^3}dz\ ,\ z = 1 + 6e^{i\theta}\ ,\ \theta \in [0,2\pi]$

   (ii) $\int_{c_+} \frac{dz}{(z+2)^3 z^2}\ ,|z-1| = 4$

مع تمنياتنا بالنجاح والتوفيق

إسم الممتحن: أ.د./ محمد كمال عبد السلام عوف

المستوى الثالث - رياضيات - الاحصاء وعلوم الحاسب

نظرية الاحتمالات (1) ر ٣٣١

Mansoura University *Faculty of Science* *Math. Dept.*		*Exam: Jan.* 2013 Time : 2 hours Date 21 /1/2013

3^{rd} year (stat. & Comp. Sci. and Math.)

Subject : Probability Theory

Answer the following questions: (80 Marks)

1) a- If X_1 and X_2 are independent and identically distributed according to

$$f_{X_i}(x_i) = \begin{cases} e^{-x_i} & x_i > 0, \\ 0 & O.W. \end{cases} \quad i = 1,2.$$

Find (i) the probability density function of: $Z = \ln X_1$ and $Y = X_1 / X_2$.

(ii) $P(X_1 < X_2)$. (20 Marks)

b- If the joint probability function of X and Y is given by

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-x/y}\, e^{-y} / y & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

Find the conditional expectation E(X|Y=y). (10 Marks)

2) a- If the joint probability function of X_1 and X_2 is given by

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-x_1 - x_2} & 0 < x_1 < \infty, 0 < x_2 < \infty \\ 0 & O.W. \end{cases}.$$

Show that X_1 and X_2 are independent (8 Marks)

b) For any two random variables X *and* Y, prove that

$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)$. (8 Marks)

c- If X is a random variable with mean 0 and finit variance σ^2, then for any $a > 0$

prove that : $P(X > a) \le \dfrac{\sigma^2}{\sigma^2 + a^2}$. (9 Marks)

3) a- If X and Y are independent and contuous r. v. having probability density functions f_X and f_Y, show that the probability density function of $X+Y$ is given by

$$f_{X+Y}(a) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(a-y) f_Y(y)\,dy.$$ (10 Marks)

b- If X is a random variable having the density function.

$$f(x) = \begin{cases} (1/\theta)\, e^{-x/\theta} & x, \theta > 0, \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

Find i - $M_x(t)$, the moment generating function

ii - α_3, the skewness. (15 Marks)

Best wishes. *Prof. Beih El-Desouky*

المستوى الثالث - رياضيات . توبولوجي (١) ، ٣١٦

Faculty of Science
Department of Mathematics

3^{rd} year Math Exam
Math 316
Topology (1)

Date: 17/1/2013
Time: 2 hours
Mark: 80 marks

Answer the following questions:

---

[1] a) Prove that $|(0,1)| > \aleph_0$.

b) Prove that if f: $X \to Y$,where (Y , σ) is a topological space, then $\tau = \{f^{-1}(H) : H \in \sigma\}$ is a topology on X.

---

[2] a) State and prove the Kuratowski closure axioms.

b) State and prove the characterization of the open sets in terms of neighborhoods.

---

[3] a) Prove that the property of having a countable dense subset is a topological property.

b) Prove that a mapping f: $(X, \tau) \to (Y , \sigma)$ is closed iff

$$\overline{f(A)} \subset f(\overline{A}) \ \forall A \subset X .$$

---

[4] a) Prove that $(X, \tau) \in T_1 \leftrightarrow \{x\} \in \tau^c \quad \forall x \in X$.

b) Give an example of a T_1 -space which is not T_2 .

Best wishes

المستوى الثالث . رياضيات إحصاء وحاسب - تحليل عددي (١) / ٣١٣

Mansoura University, Faculty of Science, Mathematics Department

Numerical Analysis (1) Final Exam (Math. 313) - Term 1, January 2013 Date: 27 December 2012

Third year students (Mathematics & Statistics and Computer Science) Time Allowed: 2 hours

مسموح باستخدام الآلة الحاسبة . Answer the following questions . All questions carry equal marks

Question no.1:

1-a) Prove that : **(i)** $\Delta\,(x)_n = n\,(x)_{n-1}$, where $(x)_n$ is the falling factorial polynomial.

$$\textbf{(ii)}\ (x)_{-m} = \frac{1}{(x+m)_m} \qquad \textbf{(iii)}\ (1+\Delta)(1-\nabla)=1 \qquad \textbf{(iv)}\ \frac{\Delta}{\nabla}-\frac{\nabla}{\Delta}=\Delta+\nabla$$

1-b) Show that any polynomial f(x) of degree n can be expressed in the form $f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\Delta^k f(0)}{k!}(x)_k$

1-c) Use the above formula in part **1-b)** to find the polynomial that takes on the following values:

n	4	5	6	7
f(n)	61	71	83	97

Question no. 2:

2-a) State and prove the Montmort's theorem.

2-b) Use part **2-a),** or otherwise, prove that $\sum_{r=1}^{\infty} r\,(r+1)\,x^{r-1} = \frac{2}{(1-x)^3}$.

2-c) Derive the Lagrange interpolating polynomial that interpolates the set of points $\{(x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)\}$. Write down the associated error term expression for this interpolation formula . Show also that the sum of the Lagrange basis functions is equal to **1**.

Question no. 3:

3-a) The amount A of a substance remaining in a reacting system after an interval of time t in a certain chemical experiment is given by the following data:

t	2	5	8	14
A	94.8	87.9	81.3	68.7

Use the Newton interpolating polynomial to find the value of A at t = 4.

3-b) Consider the matrix $T_n = (t_{ij})_{i,j=1}^{n}$ given by: $t_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } |i-j|>1 \\ -1 & \text{if } |i-j|=1 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}$

By solving a suitable second order homogeneous difference equation show that $\det(T_n) = n+1$.

3-c) Solve the following system of equations by using the Gauss-Seidel method

$$\begin{aligned} 4x + 11y - z &= 33 \\ 8x - 3y + 2z &= 20 \\ 6x + 3y + 12z &= 35 \end{aligned}$$

(Hint: start with the initial values x = 0, y = 0 and z = 0)

END OF EXAM

With kind regards

Examiner: Prof. Dr Moawwad El-Mikkawy