رياضيات / ٢١١ تحليل حقيقي

جامعة المنصورة كلية العلوم قسم الرياضيات	المستوى الثانى برنامجي: الرياضيات - الإحصاء وعلوم الحاسب	الفصل الدراسي الثانى دور مايو ٢٠١٣ المادة: تحليل حقيقى (ر٢١١) الزمن : ساعتان التاريخ: الأربعاء ٢٠١٣/٥/٢٩

أجب عن الأسئلة الآتية: (٨٠ درجة)

السؤال الأول: (١٨ درجة - كل جزء درجة واحدة والتعليل درجتان)

ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) أمام العبارة الخاطئة وعلل على إجابتك:

(١) الشرط الضروري والكافي لكي تكون المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ تباعدية هو $\lim_{n\to\infty} u_n = L \neq 0$.

(٢) إذا كانت المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ تقاربية فإن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ تكون تقاربية .

(٣) الشرط الضروري والغير كافي لتقارب متتابعة هو أن تكون إحدى متتابعات كوشي.

(٤) إذا كانت $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتابعة تقاربية فإن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ تكون تقاربية .

(٥) المتسلسلة التقاربية تكون مطلقة التقارب.

(٦) تتقارب المتسلسلة $(1-x)+(x-x^2)+(x^2-x^3)+\cdots$ لجميع قيم x الحقيقية حيث $|1-x|<1$.

السؤال الثاني: (١٢ درجة)

أكمل الآتى:

(١) الشرط الضروري والكافي لكي تكون المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ تقاربيه هو .....

(٢) الشرط الضروري والكافي للتقارب المنتظم للمتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ فى الفترة [a, b] هو .....

(٣) الشرط الكافي لتباعد المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ هو.....

(٤) إذا كانت $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 2s$ فإن $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})$ يساوى .....

(٥) إذا كانت $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n) + \sum_{n=1}^{\infty} (b_n) = L$ فإن $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} + b_{n+1})$ يساوى .....

(٦) إذا كانت $|u_n(x)| \le M_n$ فى الفترة [a , b] بحيث تتقارب المتسلسلة $\sum M_n$ فإن .....

إقلب الورقة

المستوى الثاني رياضيات & إحصاء وعلوم الحاسب — جبر خطي (١) / ر ٢١٥

المستوى: الثاني **البرنامج: رياضيات & إحصاء وعلوم الحاسب** **المادة: ر٢١٥ جبر خطى ١**	**كلية العلـــوم - قسم الرياضيات**	**دور مايو ٢٠١٣** **الزمن: ساعتان** **التاريخ: ٢/ ٦/ ٢٠١٣**

[١]-أ) عرف أساس وبعد الفراغ الخطى V . ثم اثبت انه اذا كانت S اساس لفراغ V , o(S)=n فأن أى مجموعة جزئية S' وتحتوى على اكثر من n من متجهات V تكون معتمده خطياً

ب) أى المجموعتين الاتيتين تكون فراغاً جزئياً من الفراغ المقابل :

i) $W=\{(x,y)\in R^2 : x^2+y^2=1\}$ ii) $W=\{A\in M_{2x2}(R) : A=A^t\}$

ثم أوجد أساس وبعد هذا الفراغ الجزئى (٣٠ درجة)

---

[٢]-أ) أذا كانت $A+B, B, A$ ثلاث مصفوفات قابلة للانعكاس فاثبت أن $(A^{-1}+B^{-1})^{-1}=A(A+B)^{-1}B$

ب) انقل العبارات الآتية في ورقة الإجابة مع بيان أيها صحيح وأيها خاطئ مع ذكر السبب

(١) إذا كانت A, B مصفوفتين متكافئتين صفيا فان dim row space of A = dim column space of B.

(٢) إذا كانت A مصفوفة مربعة وليست متماثلة فإنها تكون شبة متماثلة.

(٣) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{5\times7}$ فإن فراغ الانعدام المصفوفة A يكون فراغ جزئي من R^2.

(٤) إذا كانت A مصفوفة مربعة غير قابلة للانعكاس فان إحدى قيمها الذاتية تساوى صفر.

(٥) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{5\times7}$ وكان rank A = 5 فإن متجهات أعمدة A تكون معتمدة خطياً.

---

[3]أ) أوجد أساس وبعد فراغ حل النظام المتجانس $x+y+7w=0\ ,\ 2x+y+2z+6w=0$ واستخدم هذه النتائج لحساب rank A ، nullity A حيث $A=\begin{bmatrix}2&1&2&6\\1&1&0&7\end{bmatrix}$

ب) إذا كانت $A=[a_{ij}]_{4\times4}$, $|A|=2$ ، $B=[b_{ij}]_{4\times4}$ مصفوفة غير قابلة للانعكاس أوجد قيمة:

$|adjA|$, $|(2A)^{-1}|$, $|AA^tA^{-2}|$, $|B^2A+(3BA^{-1}B)|$ (٣٠ درجة)

---

[4]-أ) لتكن $A=\begin{bmatrix}3&2\\-1&0\end{bmatrix}$ أوجد: (٢٠ درجة)

(١) المعادلة الذاتية $f(\lambda)=0$ للمصفوفة A. (٢) حقق أن $f(A)=0$

(٣) أوجد المتجهات الذاتية للمصفوفة A. (٤) أوجد A^{-1} باستخدام النتائج السابقة.

ب) يقال المصفوفتين A, B انهما متشابهتان إذا وجدت مصفوفة P قابلة للإنعكاس وتحقق الشرط: $B=P^{-1}AP$.

اثبت أن المصفوفتين: $A=\begin{bmatrix}1&1\\-2&4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2&0\\0&3\end{bmatrix}$ متشابهتان ثم احسب المصفوفة A^{20}.

مع أطيب التمنيات بالنجاح

جامعة المنصورة
كلية العلوم
قسم الريـــاضيـــات

المستوى الثانى - رياضيات - ٢٢١ / احصاء حاسب

المادة : مقدمة فى الاحصاء والاحتمالات
التاريخ: 5/6/2012 - (Math. 231)
الزمن: ساعتان

الفرقة :الثانية (احصاء وعلوم حاسب-رياضيات)

امتحان دور- مايو- الفصل الدراسى الثانى 2012/2013

أجب عن الأسئلة الآتية: (Total Mark 80)

السؤال الأول:

التوزيع التالي يمثل أطوال عينة من الطلاب (سم) في إحدي الكليات: (.20 M)

الفئات	165-	170-	175-	180-	185-	190-
التكرار	14	20	26	30	18	12

أوجد: i) عدد الطلاب الذين يبلغ طولهم 178 cm فأكثر بيانيا وحسابيا.
ii) الإنحراف الربيعي للتوزيع.
iii) المنوال للتوزيع حسابيا وحقق صحة الناتج بيانيا.

السؤال الثانى: (.20 M)
أ- من التوزيع السابق أوجد: الانحراف المعيارى ومعامل الإلتواء للتوزيع و بين نوعه .
ب) أثبت ان توزيع ذات الحدين يؤول الى توزيع بواسون عندما $p \longrightarrow 0, n \longrightarrow \infty$.
ج) اذا كان X متغير عشوائى يتبع التوزيع الطبيعى بتوقع μ وانحراف معيارى σ^2 فاثبت ان $Z = (X-\mu)/\sigma$ يتبع التوزيع الطبيعى القياسى .

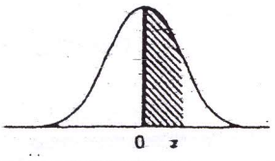
السؤال الثالث:(.20 M)
أ- صندوق يحتوى على 10 كرات بيضاء و 6 كرات خضراء . سحبت كرتان عشوائياً منه دون احلال. اوجد:
i) احتمال ان تكون الكرة الثانية بيضاء.
ii) احتمال ان تكون الكرة الثانية خضراء مع العلم بأن الأولى بيضاء.
ب- إذا كان X متغيرعشوائى يتبع توزيع بواسون.أثبت أن $Var(X) = E(X) = \lambda$.
ج) اثبت ان مجموع انحرافات القراءات $x_1, x_2, ..., x_n$ عن وسطها الحسابى يساوى صفرا.

السؤال الرابع:(.20 M)
أ- إذا كان احتمال عدم اصابة الرامي الهدف هو 0.2 فإذا أطلق الرامي نحو الهدف 10 مرات أوجد
i) احتمال أن يصيب الرامي الهدف على الأقل مرتين.
ii) احتمال أن يصيب الرامي الهدف لأول مرة في المرة السادسة.
iii)عدد المرات التي يجب أن يطلقها الرامي نحو الهدف لكي يكون احتمال ألا يصيب الهدف مساوياً0.0001 أوأقل.
ب- مصنع لانتاج لمبات الكهرباء يتبع انتاجه التوزيع الطبيعى بمتوسط صلاحية قدره 1650 يوم وانحراف معيارى 75يوم . أوجد الاحتمالات الاتية:
i) أن تعمل لمبة من انتاجه اكثر 1700 يوم.
ii) أن تعمل لمبة من انتاجه ما بين 1625 و 1680 يوم.

تمنياتى بالتوفيق. *أ.د. بيه الدسوقى*

جدول (١) : التوزيع الطبيعي القياسي (المعياري)

المساحة المظلة تمثل $P(0 < Z < z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997

المادة : رياضيات حيوية (٢٢٤) الفرقة : الثانية (رياضيات و إحصاء و حاسبات) أستاذ المادة: ا.د. على شمندى . ٢٢٤ /	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور مايو: ٢٠١٣ الزمن: ساعتان التاريخ : 2013-06-

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الاول :

i) استخدم التحويلات و التحويلات العكسية للابلاس لحل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + at\frac{dy(t)}{dt} - 2a\,y(t) = 1 \quad , \quad y(0) = y'(0) = 0 .$$ (10 marks)

ii) للصورة المربعه $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 3z^2 - xy + 2zx + zy$

اوجد المصفوفة المتماثلة المترافقة . ناقش انها موجبه او سالبه التحديد و قيمها العظمى او الصغرى . (10 marks)

السؤال الثانى :

a) أوجد مفكوك فورير للدالة $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ \pi & 0 < x < \pi \end{cases}$ على الفترة $-\pi < x < \pi$ (10 marks)

b)استخدم طريقه معامل لاجرانج الضربى لإيجاد القيم العظمى و الصغرى للدالة :

$f(x,y) = x^2 - y^2$ على اساس $x^2 + y^2 = 1$. (10 marks)

السؤال الثالث :

a) أوجد حل لمعادلة التفاضلية :

$$x^3\frac{d^3y}{dx^3} - 4x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 8x\frac{dy}{dx} - 8y = \ln(x^4) .$$ (10 marks)

b) اذا كانت $y = x$ هو حل للمعادلة التفاضليه $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$

اوجد حل خاص خطى مستقل لتلك المعادلة و ذلك باستخدام طريقه اختزال الرتبه . (10marks)

السؤال الرابع : a) استخدم طريقه المصفوفات لإيجاد حل المعادلة التفاضلية الاتجاهية :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 3e^{2t} \\ te^{2t} \end{pmatrix}$$ (10 marks)

b) حول اى نقطه عاديه أوجد حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2)\,y(x) = 0 .$$ (10 marks)

المستوى الثاني - ر٢١٨

المستوى: الثاني المقرر: هندسة تحليلية فى الفراغ كود المادة : (ر٢١٨) البرامج: رياضيات -إحصاء وحاسب	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور يونيه ٢٠١٣ الزمن: ساعتان التاريخ : ٢٠١٣/ ٦/١٢

أجب عن الأسئلة الآتية: **الدرجة الكلية :** ٨٠ درجة

[١]-أ) اوجد المعادلات البارامترية للخط المستقيم: $4x + 3y - z - 6 = 0$, $2x + 3y + z - 8 = 0$

ثم اوجد معادلة المستوى الذى يوازى هذا الخط ويحتوى المستقيم

$x = 3t$ ، $y = 1 + t$ ، $z = 2 + t$ (١٠ درجات)

ب) اوجد مسقط النقطة $(1, 0, 3)$ على المستوى $x - 2y + 3z = 3$ ثم اوجد معادلة مسقط

المستقيم $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{1}$ على هذا المستوى . (١٠ درجات)

جـ) حدد نوع السطح الذى تمثله المعادلة $z^2 = 4x^2 + y^2 + 8x - 2y + 4z$

(٥ درجات)

---

[٢]-أ) اثبت أن المستقيمين $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{5}$, $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$

يقعان في مستو واحد واوجد معادلته. (١٠ درجات)

ب) اوجد معادلة الاسطوانة الدائرية القائمة التى دليلها $x + y + z = 0$, $x^2 - y^2 - 2z = 0$.

(١٠ درجات)

---

[٣]-أ) اوجد طول ومعادلة العمود النازل من النقطة $(-1, 2, -1)$ على المستوى

$2x + y - 2z + 3 = 0$. (١٠ درجات)

ب) اوجد معادلتى المستويين المماسين للكرة $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 10z = 19$

عند نقطتي تقاطعها مع المستقيم $\frac{x+5}{3} = \frac{y+11}{5} = \frac{z-9}{-4}$ (١٠ درجات)

---

[٤]- أ) اوجد نقطة تقاطع المستقيم $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ مع المستوى

$2x + 3y + 3z - 8 = 0$ واوجد ايضا الزاوية بينهما . (٥ درجات)

ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة $2x + 3y + 4z = 8$, $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z = 0$

ثم اوجد معادلة المخروط الذى رأسه نقطة الأصل وتمر رواسمه بهذه الدائرة . (١٠ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

د/ عواطف شاهين

المستوى الثانى - ر٢١٨

المستوى: الثاني المقرر: هندسة تحليلية فى الفراغ كود المادة : (ر٢١٨) البرامج: رياضيات -إحصاء وحاسب	كلية العلوم – قسم الرياضيات	دور يونيه ٢٠١٣ الزمن: ساعتان التاريخ : ٢٠١٣/ ٦/١٢

أجب عن الأسئلة الآتية: **الدرجة الكلية :** ٨٠ درجة

[١]-أ) اوجد المعادلات البارامترية للخط المستقيم: $4x + 3y - z - 6 = 0$, $2x + 3y + z - 8 = 0$

ثم اوجد معادلة المستوى الذى يوازى هذا الخط ويحتوى المستقيم

$x = 3t$ ، $y = 1 + t$ ، $z = 2 + t$ (١٠ درجات)

ب) اوجد مسقط النقطة $(1, 0, 3)$ على المستوى $x - 2y + 3z = 3$ ثم اوجد معادلة مسقط المستقيم $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{1}$ على هذا المستوى . (١٠ درجات)

جـ) حدد نوع السطح الذى تمثله المعادلة $z^2 = 4x^2 + y^2 + 8x - 2y + 4z$

(٥ درجات)

---

[٢]-أ) اثبت أن المستقيمين $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{5}$, $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$

يقعان في مستو واحد واوجد معادلته. (١٠ درجات)

ب) اوجد معادلة الاسطوانة الدائرية القائمة التى دليلها $x + y + z = 0$, $x^2 - y^2 - 2z = 0$.

(١٠ درجات)

---

[٣]-أ) اوجد طول ومعادلة العمود النازل من النقطة $(-1, 2, -1)$ على المستوى

$2x + y - 2z + 3 = 0$. (١٠ درجات)

ب) اوجد معادلتى المستويين المماسين للكرة $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 10z = 19$

عند نقطتي تقاطعها مع المستقيم $\frac{x+5}{3} = \frac{y+11}{5} = \frac{z-9}{-4}$ (١٠ درجات)

---

[٤]- أ) اوجد نقطة تقاطع المستقيم $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ مع المستوى

$2x + 3y + 3z - 8 = 0$ واوجد ايضا الزاوية بينهما . (٥ درجات)

ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة $2x + 3y + 4z = 8$, $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z = 0$

ثم اوجد معادلة المخروط الذى رأسه نقطة الأصل وتمر رواسمه بهذه الدائرة . (١٠ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

د/ عواطف شاهين

المستوى الثاني - (٢٢٣ر) ميكانيكا (٤)

المستوى: الثاني المقرر: ميكانيكا(٤) ر٢٢٣ البرنامج: رياضيات – إحصاء وعلوم الحاسب	كلية العلوم – قسم الرياضيات	امتحان دور مايو ٢٠١٣ الزمن: ساعتان التاريخ : ٢٠١٣/٦/١٦

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يلى : **الدرجة الكلية: ٨٠ درجة**

[١]-أ) استنتج مركبات السرعة والعجلة فى اتجاهات الإحداثيات القطبية (r,θ). (٨ درجات)

ب) وضع جسيم كتلته **m** على نضد أفقي أملس على بعد **a** من ثقب صغير أملس فى النضد ثم وصل الجسيم بخيط خفيف غير مرن طوله **2a** ويمر خلال الثقب ويتدلى منه رأسيا جسيم أخر كتلته **2m** . فإذا قذف الجسيم الأول على النضد بسرعة $v_o = \sqrt{6ag}$ فى اتجاه عمودي على طول الخيط . فأثبت ان الجسيم الأكبر يصعد إلى الثقب ويصعد إليه بسرعة $\frac{v_0}{6}$. (١٢ درجة)

[٢] يتحرك جسيم على المحور **ox** تحت تأثير قوة تتجه نحو **o** مقدارها $m\pi^2 x$ حيث **m** كتلة الجسيم، **x** بعد الجسيم عن النقطة **o**. وكذلك تحت تأثير قوة دورية مقدارها $mQ\pi^2 \cos\frac{\pi}{2}t$ حيث **t** الزمن. فإذا بدأ الجسيم الحركة من سكون عندما $x = 2Q$ أوجد إزاحة الجسيم كدالة فى الزمن واثبت أن محصلة الحركة مجموع حركتين توافقيتين.
(٢٠ درجات)

[٣]-أ) عرف كمية الحركة الزاوية واثبت أنها ثابتة عندما يتحرك الجسيم تحت تأثير عجلة مركزية **f(r)** . استنتج المعادلة التفاضلية للمسار المركزي. (١٠ درجات)

ب) يتحرك جسيم كتلته **m** فى مسار مركزي تحت تأثير قوة مركزية جاذبة مقدارها $mk[3au^4 + 6a^2u^5]$. إذا قذف الجسم من قبا (أبس) على بعد **3a** من **o** بسرعة مقدارها $(\sqrt{k}/3a)$. أوجد معادلة المسار المركزي والبعد القبوى الأخر.
(١٠ درجات)

[٤]-أ) ثنى سلك على شكل سيكلويد وثبت بحيث كان محوره رأسيا ورأسه إلى أسفل إذا بدأ الجسم الحركة من أحد طرفيه بسرعة مقدارها $\sqrt{4ag}$. أثبت أن الجسم سيصل إلى الرأس بعد زمن مقداره $\frac{\pi}{2}\sqrt{a/g}$. ثم أوجد رد الفعل عند أي موضع.

(١٠ درجات)

ب) قضيب ثقيل ومنتظم طوله **2a** وكتلته **M** يستطيع أن يدور حول طرف منه **o** مثبت فى مفصل حر أملس. إذا كان القضيب في بادئ الأمر معلقا راسيا أسفل **o** وأعطى سرعة زاوية $\sqrt{3g/a}$ حول محور أفقي عند **o** ، فاوجد سرعة طرف القضيب عندما يدور زاوية θ، وعين ضغط المحور على القضيب عند اى موضع. (١٠ درجات)

---

[٥]-أ) كرة مصمتة متجانسة نصف قطرها **a** تدور بسرعة زاوية ω_o حول قطر أفقي فيها. وضعت برفق على منضدة معامل احتكاكها μ. اثبت أن الحركة ستبدأ بانزلاق عند نقطة التماس لزمن قدره $\frac{2\omega_o a}{7\mu g}$. وبعد ذلك ستتدحرج الكرة بسرعة زاوية $\frac{2\omega_o}{7}$ (عزم القصور الذاتي لكرة حول قطر فيها يساوى $\frac{2}{5}Ma^2$، حيث **M** الكتلة).

(١٠ درجات)

ب) قذف جسيم أفقيا من نقطة p_o على السطح الداخلي الأملس لإناء نصف كروي مركزه **o** ومحوره **oz** راسي إلى أسفل . إذا كانت $z\hat{o}p_o = \beta$ ، برهن أن السرعة الابتدائية التي تكاد تكفى كي يصل الجسيم إلى حافة الإناء تساوى $\sqrt{2ag\sec\beta}$.

(١٠ درجات)

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

أ.د/ مجدى الياس فارس