

Mansoura University
Faculty of science
Math. Dept
Final. Exam 2015
Time: 2 hours



Subject : 317 m
Abstract algebra (3)
3th year Math.
Date : 18/5/2015

Answer the following questions:

Total (80 Marks)

[1] a) Define the following: (25 Marks)

Unique factorization domain (UFD), principal ideal domain (PID), prime ideal, Maximal ideal and primitive polynomial.

b) Prove that, If F is field, then the nonzero ideal $\langle p(x) \rangle$ of $F[x]$ is maximal iff $p(x)$ is irreducible polynomial

c) In the domain Z , for $a = 49349$, $b = 15555$ find $d = \text{g. c. d} (a, b)$ and λ, μ such that $d = \lambda a + \mu b$.

[2] a) Let us consider the ring $Z[\sqrt{5}i]$; show that: (25 Marks)

i) $Z[\sqrt{5}i]$ is an ID but not UFD.

ii) $-2 + \sqrt{5}i$ is a divisor of $-3 - 3\sqrt{5}i$.

iii) the element 3 is irreducible but not prime.

b) Find the units in $Z[x], Z_7[x], Z_4[x]$.

c) Find g.c.d of $8+6i$ and $5+5i$ in $Z[i]$

[3] a) Prove that: (30 Marks)

i) If F is a field, then $F(x)$ is PID.

ii) For a commutative ring R with unity, An ideal N of R is prime iff R/N is an integral domain.

iii) Every ED is a UFD.

b) Find the zeros of $x^3 + 3x^2 + x + 1$ in $Z_6[x]$.

c) Is the polynomial $4x^{10} + x^3 + 24x - 6$ irreducible over the field Q ?

d) Is $1+i$ irreducible in $Z[i]$?.

Good Luck

Dr. Soad El-sawah



Faculty of Science
Mathematics Department

3th Level Exam
Mathematics
Statistics & Computer Science

Integral Equations

May 2015

Time : 2 hours

Full mark 80

[1] a) Reduce the initial value problem

$$y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

to a Volterra - type integral equation (10 marks)

b) Find the resolvent kernel of the integral equation

$$\phi(x) = x3^x - \int_0^x 3^{x-t} \phi(t) dt \quad \text{and then find its solution} \quad (10 \text{ marks})$$

[2] Solve the system of integral equations

$$\phi_1(x) = x + \int_0^x \phi_2(t) dt; \quad \phi_2(x) = 1 - \int_0^x \phi_1(t) dt;$$

$$\phi_3(x) = \sin x + \frac{1}{2} \int_0^x (x-t) \phi_1(t) dt; \quad (15 \text{ marks})$$

[3] a) Using Fredholm determinant, find the resolvent kernel of the integral equation

$$\phi(x) = e^x - \int_0^1 xe^t \phi(t) dt, \quad \text{and then find its solution} \quad (10 \text{ marks})$$

b) Solve the following integral equation

$$\int_0^x (2 + x^2 - t^2) \phi(t) dt = x^2. \quad (10 \text{ marks})$$

[4] a) Show that $\phi(x) = a + bx + \int_0^x [c + d(x-t)] \phi(t) dt$,

where a, b, c, d are arbitrary constants, has the solution

$$\phi(x) = \alpha e^{\lambda x} + \beta e^{\nu x}, \quad (10 \text{ marks})$$

where $\alpha, \beta, \lambda, \nu$ depend upon a, b, c, d.

b) Find the characteristic values and Eigen functions of the integral equations

$$\phi(x) - \lambda \int_1^2 (x+t) \phi(t) dt = 0. \quad (15 \text{ marks})$$

Best Wishes

Dr. Mahmoud Abdelaziz

<p>امتحان دور مايو ٢٠١٥</p> <p>التاريخ: ٢٥ / ٥ / ٢٠١٥</p> <p>الزمن: ساعتان</p>	 <p>كلية العلوم - قسم الرياضيات</p>	<p>الفرقة : الثالثة</p> <p>الشعبة: رياضيات</p> <p>المادة: جبر خطي ٢</p>
--	--	---

اجب عما يأتي: السؤال الأول والثالث ٢٥ درجة السؤال الثاني ٣٠ درجة

[1] (أ) عرف الفراغ ذو الضرب الداخلي V . هل $\langle u, v \rangle = u_1 v_1 - u_2 v_2 + u_3 v_3$ تعرف ضرب داخلي

على الفراغ R^3 حيث $u = (u_1, u_2, u_3)$, $v = (v_1, v_2, v_3)$ أي متجهين من R^3
 ب) إذا كان $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ أي متجهين في الفراغ R^n فاثبت أن:

$$\left(\sum_{i=1}^n u_i v_i \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n u_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right)$$

ج) أوجد أساس عياري متعامد للفراغ الجزئي U من R^3 حيث $U = \{(x, y, z) : x + y - z = 0\}$

[2] (أ) أثبت أنه إذا كانت P هي مصفوفة الانتقال من أساس B إلى أساس B' لفراغ V فإن $QP = I$ حيث Q

هي مصفوفة الانتقال من B' إلى B .

ب) إذا كانت A مصفوفة 3×3 وكان $\sqrt{2} A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ فهل تكون A مصفوفة عمودية؟ وضح

إجابتك.

ج) اعتبر $T: R^3 \rightarrow W$ هي مسقط R^3 العمودي على المستوى W الذي معادلته $x + y + z = 0$. أوجد

صيغة التحويل T وكذلك $T(3, 8, 4)$.

[3] (أ) أوجد مصفوفة P تحول المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ إلى الصورة القطرية ثم احسب A^{10} .

ب) برهن على أنه إذا كان $T: V \rightarrow V$ تحويلًا خطيًا وكان A, A' هما مصفوفتي التحويل T بالنسبة لأساسين B, B' لفراغ منتهى البعد V فإن $A' = P^{-1} A P$ حيث P هي مصفوفة الانتقال من B' إلى B .

هل يكون للمصفوفتين A, A' نفس القيم الذاتية

ج) أي المصفوفتين $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 5 \\ -4 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ يمكن تحويله عموديا للصورة القطرية مع

بيان السبب

مع تمنياتي بالنجاح

Mansoura Univ.
Faculty of Science
Mathematics Dept.
Subject: Math.
Course Electrodynamics math 321

3rdYear: math.
Date June 2015
Time: 2 hours
Full marks: 80

Answer the following questions:

[1] Why classical mechanics is not applicable to light. State special relativity principles. Derive Lorentz transformations. Derive length contraction, time dilation and apply them to the muon meson phenomena in cosmic rays.

[20 marks].

[2] i) State the basic equations for electrostatics and magneto-statics. Hence derive Maxwell's equations. Derive plane wave solution for wave guides.

ii) Define 4-vector, velocity and momentum 4-vectors. Hence derive Compton relation.

[20 marks].

[3] i) Derive the transformation formulas for the electric and magnetic fields. Show that special relativity truly unifies them.

ii) Derive Doppler relation. Explain its importance. [20 marks].

[4] i) Comment on the following statement: Since special relativity disagrees with Newton gravity, a new theory of gravity is needed.

ii) State Larmor formula. Explain its contradiction with the stability of atoms.

[20 marks].



أجب عن الأسئلة الآتية :-

السؤال الأول: أ) يتكون مجتمع احصائي من الاعداد 2, 4, 6, 8 سحبت منه عينة حجمها 2 بإرجاع فإذا رمزنا لوسط أمثال هذه العينة بالرمز \bar{X} أوجد بطريقتين $E(\bar{X})$ و $Var(\bar{X})$ (15 درجات)

ب) إذا كان المتغير X يتبع توزيع بيرنوللى $x = 0, 1$ ، $f(x, p) = p^x (1 - p)^{1-x}$ ، أثبت انه اذا اخذت عينه حجمها n من هذا التوزيع فان الوسط الحسابى \bar{X} هو مقدر الامكان الاكبر لـ P (10 درجات)

السؤال الثانى: أ) إذا كانت دالة احتمال المتغير X هي $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}$ ، $x = 0, 1, 2, \dots$ حيث

θ هي معلم التوزيع . أثبت أن θ لها عدد لانهاى من المقدرات غير المتحيزة (10 درجات)
ب) لمعرفة تأثير دواء على قراءات ضغط الدم المرتفع. أخذت لذلك عينة عشوائية مكونة من 9 أشخاص و قيس ضغط كل منهم قبل تعاطى ذلك الدواء و بعد تعاطيه لمدة أسبوع فكانت النتائج كالتالى :

القراءة قبل تعاطى الدواء	170	180	160	175	150	180	185	190	195
القراءة بعد تعاطى الدواء	163	168	149	163	142	168	177	179	186

احسب % 95 فترة ثقة لمتوسط الانخفاض فى قراءة ضغط الدم الذى ينتج من استخدام هذا الدواء (15 درجة)
السؤال الثالث: أ) أخذت عينة عشوائية مكونة من 9 أسر فى منطقة بها 5000 أسرة فكان عدد أفراد أسر العينة كما يلى: 7, 3, 6, 5, 4, 8, 5, 3, 4 احسب % 99 فترة ثقة لمتوسط عدد أفراد الأسرة بتلك المنطقة (10 درجة)

ب) إذا كانت أطوال الطلاب فى إحدى الصفوف تخضع للتوزيع الطبيعى الذى وسطه 160 سم و انحراف معيارى 10 سم . أخذت عينة حجمها 16 طالبا من هذا الصف أوجد احتمال أن يكون الوسط الحسابى لأطوال طلاب هذه العينة محصور بين 156 سم و 162 سم (10 درجة)
ج) أوجد دالة المعلومات للمشاهدة الواحدة $I(\mu)$ إذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعى بوسط حسابى مجهول و تباين معلوم (10 درجة)

$$Z_{0.025} = 1.96 , \Phi(0.8) = 0.7881 , \Phi(-1.6) = 0.0548 , t_{(0.005, 8)} = 3.355 ,$$

$$t_{(0.025, 8)} = 2.306 , t_{(0.025, 9)} = 2.262$$

<p>امتحان دور مايو ٢٠١٥ التاريخ: ٢٠١٥/ ٥ / الزمن: ساعتان</p>	 كلية العلوم - قسم الرياضيات	<p>الفرقة : الثالثة الشعبة: رياضيات وإحصاء وحاسب المادة: دوال خاصة</p>
--	--	--

اجب عما يأتي:

<p>(١٨ درجات)</p> $\frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n)} = \frac{2^{2-1}}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)$ $\int_0^{\pi/2} \left[\frac{1}{\sin^3 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \right]^4 \cos \theta d\theta = \frac{[\Gamma(\frac{1}{4})]^2}{2\sqrt{\pi}}$	<p>السؤال الأول:</p> <p>(i) إثبت أن</p> <p>(ii) إثبت أن</p>
<p>(٢١ درجة)</p> $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$ $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x, \quad J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$ $J_{\frac{3}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left[\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{x} \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \right]$	<p>السؤال الثاني:</p> <p>(i) أكتب صيغة روجرز لدالة لاجندر ومن ثم إثبت أن</p> <p>(ii) إثبت واحده فقط من العلاقات الآتية</p> <p>ومن ثم إثبت أن</p>
<p>(٢١ درجة)</p> $\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) e^{-x^2} dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 2^n n! \sqrt{\pi} & m = n \end{cases}$ $H_n(-x) = (-1)^n H_n(x)$ $L'_{n+1} = (n+1)[L'_n - L_n]$	<p>السؤال الثالث:</p> <p>(i) إثبت أن</p> <p>(ii) أكتب صيغة روجرز لدالة هرمت ومن ثم إثبت أن</p> <p>(iii) أكتب الدالة المولده لدالة لاجير ومن ثم اثبت أن</p>
<p>(١٨ درجة)</p> ${}_2F_1(a, b; c; x) = \frac{1}{\beta(b, c-b)} \int_0^1 t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-xt)^{-a} dt$ $\int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n \frac{d^n f(x)}{dx^n} dx$	<p>السؤال الرابع:</p> <p>(i) إثبت أن</p> <p>(ii) إثبت لأي دالة f(x) المعادلة الآتية</p>

د/ مجدى يوسف برسوم

مع أطيب الأمنيات بالنجاح والتوفيق