المستوى الثالث - رياضيات - جبر مجرد (٢) / ٣١٥

Final Exam, 2015 Time : 2 Hours 25/12/2014	كلية العلوم قسم الرياضيات	3^{rd} year Math., Subject : 315 m Abstract Algebra (2)

Answer the following questions : Total : (Marks).

[1] a) Let M and N be ideals of a ring R, show that :

i) $M+N=\{m+n/m\in M, n\in N\}$ **is an ideal of R.**

ii) $M\bigcap N$ **is an ideal of R.**

iii) $M+N/N \cong M/M\wedge N.$

b) Find the characteristic of the rings : $Z_3\times Z_4, Z\times Z, Z_8.$

---

[2] a) Show that A factor ring R/N, **N is an ideal of R is a belain iff** $rs-sr\in N \ \forall\, r,s\in R.$

b) A Sylow p-subgroup of a finite group G is normal iff it is unique.

c) the set of all units in a ring R with unity is a group under the multiplication in R.

---

[3]a) State Sylow's Theorem's : Show that there are no simple group of order 2 55.

b) Describe the field of quotient of the domain $Z[\sqrt{2}]=\{a+\sqrt{2}b \,|a,b\in Z\}$

c) Find the units and zero divisors of the rings : $Z_2\times Z_3$, $Z[i]$, Z_{10}.

---

4 Mark each of the following true or false.

1) Every finite abelian group has exactly one Sylow p- sub group for each prime p dividng the order of G.

2) Any two Sylow p-subgroups of a finite group are conjugate.

3) Every ring with unity has at least two units.

4) $R\cong \mathbb{C}$ **(as fields)**

5) $M_{2x2}(Z_2)$ **is an integral domain.**

6) If R is a nonzero ring without zero divisors, then $ch(R)$ **is either zero or a prime p.**

7) Every field has no nontrivial proper ideals.

8) nZ has zero divisors if n is not prime.

/ ٣١٦ توبولوجي

Mansoura University
Faculty of Science
Department of Mathematics
Topology

Third Level
Final Exam 22-1-2015
Time: 2 hours
Full Mark: 80

Answer the following questions:

1- Let (X, τ) be a topological space, $A, B \subseteq X$.

(a) Prove that (X, τ) is T_1- space iff $\{x\}$ is closed set, $\forall\, x \in X$.

(b) Prove that A is closed set iff $A' \subseteq A$.

2- (a) Let (X, P) be the particular topological space and $A \subseteq X$. Find $A', A^{\circ}, \overline{A}, b(A)$

(b) Prove that A is open set iff $\forall\, x \in A\ \exists\, G \in \tau$ such that $x \in G \subseteq A$.

3- (a) Prove that $(A \cap B)^{\circ} = A^{\circ} \cap B^{\circ}$.

(b) Prove that the axiom T_2 is a topological property.

4- (a) Let (X, τ) and (X, τ^*) be two topological spaces and $f : X \to Y$ be an onto continuous mapping. Show that the image of every dense set in X is a dense set in Y.

(b) Show that the co-finite topological space is T_1- space but not T_2- space.

With Best Wishes

جامعة المنصورة	المستوى الثالث	الفصل الأول
كلية العلوم	شعبة رياضيات	يناير2015
قسم الرياضيات	المادة: ميكانيكا تحليلية ٣٢٦	الزمن: ساعتان

أجب عن الأسئلة التالية:

١-أ)عرف كلا من الإزاحة الفعلية ولإزاحة الافتراضية للمنظومة الميكانيكية.

ب) استنتج قاعدة الشغل الافتراضى لإيجاد أوضاع اتزان منظومة.

ج) -سلك رفيع أملس دائرى يدور بسرعة زاوية ثابتة ω فى مستوى أفقى حول محور عمودى على مستواه عند نقطة على السلك بينما تنزلق على السلك خرزة ملساء. إذا كانت θ هى الزاوية المحصورة بين القطر المار بالخرزة والقطر المار بمحور الدوران فأوجد معادلة لاجرانج للحركة وتكاملا أول للحركة.

٢- أ) اذكر شروط وجود صياغة لاجرانجية لمعادلات حركة منظومةميكانيكية.

ب)عرفكلا من القوى الجهدية والقوى المحافظة.

ج) دالة هاملتون $\mathrm{H} = \dfrac{c\,\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{y}$ تصف انتشار الأشعة الضوئية فى وسط فى مستوى xy باعتبار معامل انكسار الوسط يساوى y و c سرعة الضوء فى الفراغ.

أثبت أن المسارات الممكنة تكون عائلة منحنيات الكتينة.

٣- منظومة لها دالة لاجرانج $L = \dfrac{1}{2}\dot{v}^2 + v\dot{u}\dot{v} - V(v)$

أ) أوجد التكاملات الأولى لحركة المنظومة.

ب)عبر عن وضع المنظومة (الإحداثيين u,v) بدلالة الزمن.

ج) بين مع التعليل ما إذا كانت هذه المنظومة تكافئ منظومة راوث أو هاملتون وأوجد دالة راوث أو هاملتون المناظرة.

٤- أ) اذكر مبدأ هاملتون محددا شروط تطبيقه على المنظومة الميكانيكية.

ب) أوجدالمنحنى الذى تأخذه كتينة منتظمة الكثافة معلقة من طرفيها بين نقطتين.

أستاذ المادة: أ. د./ حمد حلمى يحيى

/ ٣٣١- نظرية الاحتمالات

Mansoura University *Faculty of Science* *Math. Dept.*		*Exam: Jan.* **2015** **Time : 2 hours** **Date 12 /1/2015**

3rd year (Stat. & Comp. Sci. and Math.)

Subject : Probability Theory (Math. 331)

Answer the following questions: (80 Marks)

1) a- If X_1 and X_2 are independent and identically distributed according to

$$f_{X_i}(x_i)=\begin{cases} e^{-x_i} & x_i>0, \\ 0 & O.W. \end{cases} \quad i=1,2.$$

Find (i) the probability density function of $Z=\ln X_1$ and $P(X_1<X_2)$. (10 M.)

ii- If X_1 and X_2 are independent exponential random variables with (10 M.) $f_{X_i}(x_i)=2e^{-2x_i}$ *for* $x_i \succ 0, i=1,2$. Find the probability distribution of $Y=X_1/X_2$.

b- If the joint probability function of X and Y is given by

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-x/y}\, e^{-y}/y & 0<x<\infty, 0<y<\infty \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

Find the conditional expectation E(Y|X=1). (10 M.)

2) a- A random variable X has the discrete uniform distribution $f(x)=1/m,\ x=1,2,....,m$. (i) Show that the moment generating function is $M_x(t)=e^t(1-e^{mt})/m(1-e^t)$. (ii) Find the mean and variance of X. (15 M.)

b- If X is a random variable with finit mean μ and variance σ^2, then for any value $k>0$, prove that $P\{|X-\mu|\geq k\}\leq \dfrac{\sigma^2}{k^2}$. (10 M.)

3) a- For any random variable X, prove that

$$E(X)=\int_0^\infty P(X\succ x)dx-\int_0^\infty P(X\prec -x)dx. \quad \text{(10 M.)}$$

b- Let X be a Poisson random variables with parameter λ. (10 M.)
Find i - the characteristic function of X. ii - α_3, the skewness.

c) If $X_1, X_2, ..., X_n$ are independent exponential random variables with parameter λ. Find the characteristic function of $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$. (5 M.)

Best wishes. **Prof. Beih El-Desouky**

تحليل عددي (١) (ر ٣١٣) - ٣ رياضيات
الاحصاء وعلوم الحاسب

Mansoura University, Faculty of Science, Mathematics Department

First term final exam –January, 2015   Math 313 for third year students   Total Marks: 60   Time: 2 hours

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

Answer ALL questions. Show ALL your work. ALL questions carry equal marks.

QUESTION (1): (a) Prove: (i) $\Delta\nabla = \nabla\Delta$ (ii) $\nabla = \Delta E^{-1} = E^{-1}\Delta = 1 - E^{-1}$ (iii) $\mu = 1 + \frac{1}{4}\delta^2$.

(b) Evaluate $\Delta^4 (x)_4$, if $h = 2$. (c) Express $g(x) = 3x^3 - 2x^2 + 7x - 6$ in the form $\sum_{j=0}^{3} a_j (x)_{3-j}$.

(d) Use the Horner's method to evaluate $f(-1)$ and $f'(-1)$ for the polynomial $f(x)$ given by:

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 6x + 1.$$

QUESTION (2): (a) Formulate the truncation error, $E_n(x)$ of the general interpolating polynomial.

(b) Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ by using the Gauss-Jordan (G-J) method. Also find the LU factorization of its sub-matrix $S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

(c) Consider $B = \begin{bmatrix} p & 1 & 0 \\ q & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Compute det (B) by applying the DETGTRI algorithm, then find all values of p and q for which: (i) B is singular. (ii) B is strictly diagonally dominant. (iii) B is positive definite.

(d) The equation $x^3 - 6x - 11 = 0$ has a root between 3 and 4. By using inverse interpolation, find this root.

QUESTION (3): (a) Solve $u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 0$ given that $u_{-1} = 0$, and $u_0 = 1$.

(b) Prove that the Newton forward interpolating polynomial passing through the (n+1) data points (x_i, y_i), $i = 0, 1, 2, \ldots, n$ such that $x_i - x_{i-1} = h = \frac{x - x_0}{s}$ is given by $P(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{(s)_i}{i!} \Delta^i y_0$.

(c) Find $y'(1.5)$ and evaluate $\int_{x=2.0}^{x=4.0} y\,dx$ by applying the Simpson's rule from the following data:

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y(x)	3.375	7.000	13.625	24.000	38.875	59.000

(d) Solve the following linear system of equations by applying the Gauss-Seidel (G-S) method.

$$-4x_1 - x_2 + 10x_3 = 24, \quad 10x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 22, \quad -x_1 + 10x_2 + x_3 = 22.$$

===================== انتهت الأسئلة ===================

Kind regards   Examiner: Prof. Dr. Moawwad El-Mikkawy

الاختبار النهائى للفصل الاول	كلية العلوم - قسم الرياضيات	المادة تحليل مركب
برنامج: الرياضيات		كود المادة : ر ٣١٢
المستوى الثالث		الزمن ساعتان
الدرجة الكلية ٨٠ درجة		التاريخ ١-١-٢٠١٥

اجب عن الاسئلة الاتية

السؤال الأول :- (٢٢ درجة)

١. استخدم معادلات كوشى ريمان لمناقشة قابلية الدالة $f(z)=|z|^2$ للتفاضل (٦درجات)

٢. بين أن الدالة $u=x^3-3xy^2+y$ دالة توافقية و أوجد المرافق التوافقى v بحيث تكون الدالة $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ تحليلية

٣. باستخدام معادلات كوشى ريمان فى الصورة القطبية اثبت ان $\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{z}\right)=-\frac{1}{z^2}$

السؤال الثانى :- (٢٨ درجة)

١. اذكر مع البرهان نظرية كوشى للتكامل (٦ درجات)

٢. أوجد قيمة كلا من

$$\int_{|z|=1} e^z dz \quad ، \quad \int_{|z-1|=1} \frac{\cos z}{z^2-1} dz \quad ، \quad \int_{|z|=1} z e^{\frac{1}{z}} dz \quad ، \quad \int_{|z|=4} \frac{e^z-1}{z^2+z} dz$$

السؤال الثالث :- (١٨ درجة)

١. اوجد قيمة $(1+i)^{\frac{3}{4}}$

٢. أوجد متسلسلة تيلور للدالة $f(z)=\frac{1}{3-2z}$ بدلالة قوى

$(i):\ z \qquad (ii):\ z+1$

وأوجد نصف قطر التقارب

السؤال الرابع (١٢درجة)

١. اوجد مفكوك $\cos 2\theta$ و $\sin 2\theta$ بدلالة قوى $\cos\theta$ و $\sin\theta$

٢. اوصف المحل الهندسى فى المستوى المركب للنقاط z التى تحقق $|z-2-i|=3$

٣. اثبت أن $\lim_{z\to 0}\frac{\bar{z}}{z}$ غير موجودة

مع دوام النجاح و التوفيق

د.عبد المنعم لاشين

المستوى الثالث - رياضيات - نظرية القياس , ٣١١
احصاء حاسب

Final Exam- Semester I - Year 2014/2015

SUBJECT: *Measure Theory* *(MATH 311)* Level-3	Faculty of Science Mathematics Department	DATE: 29 / 12 /2014 FULL MARK: *80* ALLOWED TIME: *2Hours*

Answer the following questions

Question-1 (22 marks)

1. **Define the algebra of sets, the outer measure on an algebra Ω, the measurable set and the measurable function**
2. **Prove that if Ω is an algebra of sets and $A \in \Omega$ then $A^c \in \Omega$ and any ring with this property is also algebra**
3. **Prove that the set of all rational numbers is countable**

Question-2 (21 marks)

1. **Prove that If $\mu^*(A) = 0$ then $\mu^*(A \cup \mathbf{B}) = \mu^*(\mathbf{B})$**
2. **Prove that the family of measurable sets is an algebra**
3. **Prove that if $\mu^*(E) = 0$, then E is measurable**

Question-3 (19 marks)

1. **Prove that every continuous function is measurable**
2. **Prove that if f and g are measurable on a set E then so are kf, f^2 and $mim(f, g)$**

Question-4 (18 marks)

1. **Find the length of the set $\bigcup_{k=1}^{\infty}\left\{x : \frac{1}{k+1} \le x < \frac{1}{k}\right\}$**
2. **Show that the function**

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ is a rational number in } [0,1] \\ 0, & x \text{ is an irrational number in } [0,1] \end{cases}$$

Is not Riemann integrable in [0,1]

2. **calculate Lebesgue integral for the function f(x)**

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ is a rational number in } [a,b] \\ 2, & x \text{ is an irrational number in } [a,b] \end{cases}$$