Mansoura University Faculty of Science Mathematics department Subject : 315 M Abstract Algebra (2)		**Final Exam. 2016** **Time : 2 hours** **Date : 28 / 1 / 2016** **3rd year Math,**

Answer the following questions **Total Mark : 80**

(20 Marks)

[1]-a) Prove that, If M and N be ideals of a ring R such that $M \leq N$, **then** $R/M/N/M \cong R/N$.

b) Is the set $\{(n,n) : n \in Z\}$ **an ideal in the ring** $Z \times Z$ **under addition and multiplication by components ?**

c) Find the zero divisors of the rings:

$$M_{2x2}(Z_2), Z_{12}, \ Z[\sqrt{2}] = \{a + \sqrt{2b} / a, b \in Z\}$$

(20 Marks)

[2]-a) Prove that, the ring R is commutative iff $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. **for** $a, b \in R$

b) State Sylow's Theorems, Show that any group of order 200 contains a normal subgroup of order 25.

c) Describe the field of quotients of the domain $Z[i] = \{a + ib / a, b \in Z\}$

(20 Marks)

[3]-a) Show that, for any homomorphism rings $f : R_1 \to R_2$, $\ Ker(f) \nabla R_1$.

b) Give an example to show that a factor ring of an integral domain may be a field

c) Find the units of the rings : $Z[i], Z_7, Z_3 \times Z_4$

(20 Marks)

[4]-a) Show that, every field has no non trivial proper ideals.

b) Solve the equation $x^2 - 5x + 6 = 0$ **in** Z_{12}.

c) Find the characteristic of the rings : $Z_7, Z_6, Z_{15,} Z[\sqrt{2}]$.

With my Best Wishes **Dr. Soad El-Sawah**

Mansoura University	Third Level	January 2016
Faculty of science	(Mathematics)	Time allowed: 2 hours
Dept. of Mathematics	**Topology (Math316)**	Date: 31/12/2015

Answer the following questions (80 Marks)

1-a) Let A be a non-empty subset of a topological space(X, τ). Show that the class τ_A is a topology on A, where $\tau_A = \{U \cap A : U \in \tau\}$.

b) Let A be any subset of the indiscrete topological space$(X, \mathcal{I})$. Find the limit points of A.

2-a) Let $(\mathcal{R}, \mathcal{U})$ be the usual topological space. Find the boundary of the set $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$.

b) Prove that the mapping $f: (X, \tau) \to (Y, \tau^*)$ is closed iff $\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A}), \forall A \subseteq X$.

3-a) Let $X = \{a, b, c, d, e\}$. Find the topology τ on X generated by

$$\mathcal{A} = \{\{a\}, \{a, b, c\}, \{c, d\}\}.$$

b) Prove that a subset A of a topological space (X, τ) is closed iff A contains each of its limit points.

4-a) Show that the identity mapping $i: (X, \tau) \to (Y, \tau^*)$ is continuous iff τ is finer than τ^*.

b) Show that the property of being a normal space is topological property.

-- With Best Wishes

Prof. Dr. M. El-shafei

جامعة المنصورة	المستوى الثالث	الفصل الأول
كلية العلوم	شعبة رياضيات	١٨ يناير ٢٠١٦
قسم الرياضيات	المادة: ميكانيكا تحليلية ر ٣٢٦	الزمن: ساعتان

أجب عن الأسئلة التالية:

١- أ) عرف كلا من الإزاحة الفعلية والإزاحة الافتراضية للمنظومة الميكانيكية. [٣ درجات]

ب) عدد من الجسيمات تتحرك تحت تأثير جذبها النيوتونى المتبادل أثبت أن للمنظومة سبعة تكاملات أولى للحركة. [٥ درجات]

ج) سلك رفيع أملس دائرى نصف قطره a يدور بسرعة زاوية ثابتة ω فى مستوى أفقى حول محور عمودى على مستواه عند نقطة على السلك بينما تنزلق على السلك خرزة ملساء. إذا كانت θ هى الزاوية المحصورة بين القطر المار بالخرزة والقطر المار بمحور الدوران فأوجد معادلة لاجرانج للحركة وتكاملا أول للحركة. [١٢ درجات]

٢- أ) عرف كلا من القوى الجهدية والقوى المحافظة. [٥ درجات]

ب) منظومة لها دالة لاجرانج $L=\dfrac{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}{y}$ أوجد معادلة مسارات هذه المنظومة، وأثبت أن معادلات حركتها لايمكن وضعها على صورة معادلات هاملتون. [١٥ درجات]

٣- منظومة لها دالة لاجرانج $L=\dfrac{1}{2}\dot{v}^2+v\dot{u}\dot{v}-V(v)$

أ) أوجد التكاملات الأولى لحركة المنظومة. [٥ درجات]

ب) عبر عن وضع المنظومة (الإحداثيين u,v) بدلالة الزمن. [٧ درجات]

ج) بين مع التعليل ما إذا كانت هذه المنظومة تكافئ منظومة راوث أو هاملتون وأوجد دالة راوث أو هاملتون المناظرة. [٨ درجات]

٤- أ) اكتب الصورة العامة لدالة لاجرانج لمنظومة ليوفيل ذات درجتى حرية. [٤ درجات]

ب) جسيم كتلة الوحدة يتحرك فى المستوى تحت تأثير قوة دالة الجهد لها $V=-(\dfrac{\mu}{r}+gx)$ باستخدام الإحداثيات المكافئية حول المنظومة إلى صورة منظومة ليوفيل، وبين كيفية حلها بفصل المتغيرات.

[١٦ درجات]

أ.د. [illegible]

Mansoura University
Faculty of Science
Math. Dept.

Exam : Jan. 2016
Time : 2 hours
3rd year (Stat. & Comp. Sci.)

Subject : *Probability Theory (Math. 331)*

Answer the following questions: *Total Mark* (80 M.)

[1] a) The joint probability function of X and Y is given by (12 M.)

$$f(x,y)=e^{-(x+y)} \qquad 0 \le x < \infty \ , 0 \le y < \infty$$

Find (i) $P(Y < X)$ and $P(X < a)$.

(ii) The diensity function of the random variable $Z = X/Y$.

b) For any two random variables X *and* Y, prove that

$$Var\,(X+Y) = Var\,(X) + Var\,(Y) + 2Cov\,(X,Y). \qquad \text{(8 M.)}$$

---

[2] a) If X_1 and X_2 are independent random variable having Poisson distribution with parameters λ_1 and λ_2. Find the probability distribution of the random variable $Y = X_1 + X_2$. (10 M.)

b) Suppose the joint density of X and Y is given by

$$f(x,y) = \frac{e^{-x/y}e^{-y}}{y} \qquad 0 < x < \infty, 0 < y < \infty$$

Compute E[X | Y = 1]. (10 M.)

---

[3] a) If X is a random variable having the density function $f_X(x) = e^{-x}, x \ge 0$.
Find the probability density function for Y = ln X. (8 M.)

b) If X is a random variable having the density function. (12 M.)

$$f(x) = \begin{cases} (1/3)\, e^{-x/3} & x > 0, \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

Find i - $M_X(t)$, the moment generating function.

ii- Var (X). iii- α_3, the skewness.

iv) The moment generating function of the random variable $Y = 2X - 3$.

---

[4] a) If the joint probability function of X_1 and X_2 is given by (10 M.)

$$f(x_1,x_2) = \begin{cases} e^{-x_1-x_2} & 0 < x_1 < \infty, 0 < x_2 < \infty \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

es $e^{t}(x_1+x_2)$

Show that X_1 and X_2 are independent and that $E(e^{t(X_1+X_2)}) = (1-t)^{-2}, t < 1$.

b) For any random variable X , prove that

$$E(X) = \int_0^\infty P\{X > x\}\, dx - \int_0^\infty P\{X < -x\}\, dx. \qquad \text{(6 M.)}$$

c) If X is a random variable with finit mean μ and variance σ^2, then for any value $k > 0$, prove that $P\left\{|X-\mu| \ge k\right\} \le \dfrac{\sigma^2}{k^2}$. (4 M.)

Best wishes. *Prof. Beih El-Desouky*

3rd Level Exam
Mathematics
Statistics & Computer Science

January 2016

Time : 2 hours

Full mark 60

Faculty of Science
Mathematics Department

Numerical Analysis (1) ٣١٣ /

Answer the following questions

[1] a) Define the fixed point of a function g in [a, b]. (2 marks)

b) State and prove under which conditions the function g has a unique fixed point in [a, b]. (8 marks)

c) Use the bisection method to find p_3 for $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$ in [1, 2]. (4 marks)

[2] a) (i) Define the multiplicity of the root of f(x) = 0 in [a, b] .

(ii) Show that Newton-Rhaphson sequence is quadratically convergent when $f'(\text{p}) \neq 0$. (8 marks)

b) Find the first two iterations of the Gauss-Seidel method for the following system, using $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -3, \;\; 3x_1 + x_2 + 4x_3 = -2, \;\; 6x_1 + 2x_3 = 2$$ (6 marks)

[3] a) If f is defined at $x_0, x_1, \ldots, x_n \in [a, b]$ such that $x_{i+1} - x_i = \text{h}$, then derive Newton forward Divided Difference Polynomial $p(\text{x})$ (NEDDP). Show also that $p(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{S}{k} \Delta^k \text{f}(x_0)$.

(7 marks)

b) Consider the following data

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5
f(x)	1	2.25	4	6.25	9	12.25

(12 marks)

(i) Use an appropriate interpolation polynomial to approximate $f(1.1)$.
(ii) Evaluate $f'(2)$ using a three point formula.
(iii) Use a suitable integration formula to approximate $\int_1^{3.5} f(x)dx$.

[4] a) Define Lipschitz condition. Show that the initial value problem

$$y' = t + y + 1, \quad 0 \leq t \leq 1, \; y(0) = 1,$$

has a unique solution in $0 \leq t \leq 1$. Use Runge-Kutta method of order four to approximate the solution with h = 0.1 . (10 marks)

b) Let $P_3(x)$ be the interpolating polynomial for the data (0, 0), (0.5, y), (1, 3) and (2, 2). Find y if the coefficient of x^3 in $P_3(x)$ is 6. (3 marks)

Best Wishes

Dr. Mahmoud Abdelaziz Elbiomy

جامعة المنصورة كلية العلوم قسم الرياضيات المستوى الثالث: رياضيات تحليل مركب (ر ٣١٢)	كلية العلوم- قسم الرياضيات	الاختبار النهائي الفصل الدراسي الأول يناير ٢٠١٦ الزمن ساعتان التاريخ ١١ / ١ /٢٠١٦

اجب عما يلي: (الدرجة الكلية ٨٠ درجة)

....

١-ا- اثبت انه اذا كان للدالة v مرافق توافقي u علي منطقة ما فان u v دالة توافقية. (١٠ درجات)

ب- اوجد نهاية الدالة $f(z)=3xy/(2x^2+y^2)-ix^2/(x^2+2y^2)$ عندما $z\to 0$ ان وجدت . (١٠ درجات)

٢-ا-ناقش تفاضلية وتحليلية الدالة $f(z)=|z|^2$. (١٠ درجات)

ب-اوجد مفكوك الدالة $f(z)=1/[(1+z)(3+z)]$ في الفترات $|z|<1$ و $1<|z|<3$. (١٠ درجات)

ج- تحت تاثير تحويل التعاكس $f(z)=1/z$ اوجد صورة الدائرة $x^2+(y-1)^2=1$. (١٠ درجات)

٣-ا-اوصف مجموعة النقاط في المستوى المركب $0\le t\le \pi$ $z=3\cos t+i(3\sin t+5)$. (١٠ درجات)

ب- احسب $\int_c 3/[(z-1)(z+3)]$ حيث c هي الدائرة $|z-1|=3$ بطريقتين . (١٠ درجات)

ج- احسب التكاملات :

$a\text{-} \int_c e^{2z}dz/(z+2)^2 \quad c: |z-3|=3, \quad b\text{-} \int_c z\,dz/(z-2)(z+4) \quad c: |z-1|=3$ (١٠ درجات)

مع اطيب التمنيات بالتوفيق د. عديله عثمان

Final Exam- Semester I - Year 2015/2016

SUBJECT: *Measure Theory* *(MATH 311)* Level-3	Faculty of Science Mathematics Department	DATE: 4 / 1 /2016 FULL MARK: *80* ALLOWED TIME: *2Hours*

Answer the following questions

Question-1 (20 marks)

1. **Define the algebra of sets, the outer measure on an algebra Ω, the measurable set and the measurable function**
2. **Prove that, if $\mu:\Omega \longrightarrow [0,\infty)$ and $A_n \in \Omega,\ n=1,2,\ldots$, then**

$$\mu\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \le \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$$

3. **prove that, if A is countable set then $\mu^*(A)=0$**

Question-2 (20 marks)

1. **Prove that, if E_1 and E_2 are measurable sets then $E_1 \cap E_2$ is a measurable set**
2. **Show that the interval $]a,\infty[$ is measurable**
3. **Prove that the cantor set is measurable and find its measure**

Question-3 (18 marks)

1. **Show that the following statements are equivalent**
   a) **for each real number α the set $\{x : f(x) > \alpha\}$ is measurable**
   b) **for each real number α the set $\{x : f(x) \le \alpha\}$ is measurable**
2. **Prove that if f and g are measurable sets on [a,b] and $f_2 \neq 0$ then the functions $|f|$, $f.g$ and $\dfrac{f}{g}$ are also measurable**

Question-4 (22 marks)

1. **Evaluate** $\int_0^5 f(x)dx$, **if** $f(x)=\begin{cases} 0, & 0 \le x < 1 \\ 1, & \{1 \le x < 2\} \cup \{3 \le x < 4\} \\ 2, & \{2 \le x < 3\} \cup \{4 \le x < 5\} \end{cases}$

   by using Riemann and Lebesgue definitions of the integral
2. **Show that the function**

$$f(x)=\begin{cases} 1, & x \text{ is a rational number in } [0,1] \\ 0, & x \text{ is an irrational number in } [0,1] \end{cases}$$

   a) **Is not Riemann integrable in [0,1]**
   b) **Is Lebesgue integrable in [0,1] and find the value of Lebesgue integral of f(x) in [0,1]**